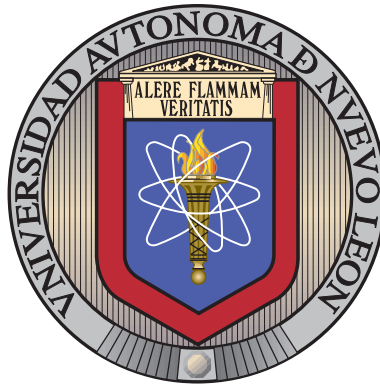


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE CONTROLES BASADOS EN MODOS  
DESLIZANTES PARA UN SISTEMA DE CONVERSIÓN DE  
ENERGÍA EÓLICA

POR

ALDO JOSÉ FLORES GUERRERO

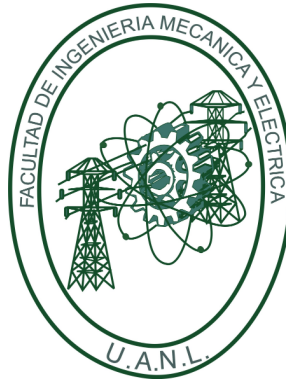
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA

13 DE AGOSTO DEL 2020

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE CONTROLES BASADOS EN MODOS  
DESLIZANTES PARA UN SISTEMA DE CONVERSIÓN DE  
ENERGÍA EÓLICA

POR

ALDO JOSÉ FLORES GUERRERO

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA

13 DE AGOSTO DEL 2020



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

**Universidad Autónoma de Nuevo León**  
**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**  
**Subdirección de Estudios de Posgrado**

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “Diseño de controles basados en modos deslizantes para un sistema de conversión de energía eólica”, realizada por el alumno Aldo José Flores Guerrero, con número de matrícula 1983172, sea aceptada para su defensa como requisito para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica.

El Comité de Tesis

Dr. Jesús De León Morales  
Director

Dr. Herman Castañeda Cuevas  
Revisor

Dr. Marco Tulio Mata Jiménez  
Revisor

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez-Martínez  
Subdirector de Estudios de Posgrado



122

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Diciembre de 2020.

*A mi familia por todo su apoyo.*



# Agradecimientos

Agradezco principalmente a Dios, a mis padres; Virginia y Roberto, a mis tíos; Cristina, Francisco y Jesús, a mis hermanos; Miguel y Anibal, a mis amigos; Susana, Enrique, Blanca y Marco, a la Universidad Autónoma de Nuevo León y al CONACYT por permitirme realizar mis estudios de posgrado y especialmente al Doctor Jesús de León Morales, por confiar en mí y guiarme en la elaboración de esta tesis. A mis asesores revisores, Dr. Marco Tulio Mata Jiménez y Dr. Herman Castañeda Cuevas por sus comentarios en beneficio de mi trabajo y al coordinador Ernesto Vázquez Martínez por su apoyo.

# RESUMEN

Publicación No. \_\_\_\_\_

Aldo José Flores Guerrero, M.C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2017

**Profesor asesor: Dr. Jesús de León Morales**

Este trabajo trata el problema de la maximización de la extracción de potencia, en una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado.

En este contexto, una solución a este problema es mantener a la turbina operando a su máxima eficiencia aerodinámica llevando a la velocidad rotacional del rotor a su valor óptimo, mediante la regulación de los voltajes en el generador. Sin embargo, la velocidad rotacional de la turbina está determinada por las ecuaciones de movimiento de todo el sistema considerando efectos aerodinámicos estocásticos, periódicos y estables, dinámicas del rotor incluyendo vibraciones en las aspas e inercias, fricción en la caja de engranes y flexibilidad en el tren de transmisión.

Por lo tanto, para lograr este objetivo, se diseñan controladores basados en el algoritmo Super Twisting que permitan el seguimiento de la velocidad óptima del rotor y compensar perturbaciones acotadas que actúan sobre el canal de entrada de control. Además, se presenta el análisis de estabilidad basado en un enfoque de Lyapunov, en donde se obtienen condiciones suficientes para asegurar la convergencia en tiempo finito.

Para validar el desempeño de las estrategias de control propuestas, se realiza un estudio comparativo en simulación con técnicas basadas en modos deslizantes propuestas en la literatura y un control Backstepping integral en una turbina eólica de velocidad variable de eje horizontal de 3 aspas con capacidad de 1.5 MW utilizando el software especializado en turbinas eólicas FAST (Fatigue, Aerolastic, Structural and Turbulence) y el simulador de perfiles de viento TurbSim de la compañía NREL (National Renewable Energy Laboratory) interconectado utilizando el software Matlab Simulink.

# Índice General

<b>Resumen</b> . . . . .	VI
<b>Índice de Figuras</b> . . . . .	X
<b>Índice de Tablas</b> . . . . .	XII
<b>Lista de Símbolos</b> . . . . .	XIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción de las turbinas eólicas . . . . .	2
1.2. Estructuras de las turbinas eólicas y condiciones de operación . . . . .	4
1.3. Regiones de operación . . . . .	10
1.4. Estado del arte . . . . .	12
1.5. Planteamiento del problema . . . . .	13
1.6. Contribución y estructura de la tesis . . . . .	14
1.7. Publicaciones . . . . .	15
1.8. Conclusiones . . . . .	15
<b>2. Modelo dinámico de la turbina eólica de velocidad variable</b>	<b>16</b>
2.1. Introducción . . . . .	16
2.2. Modelo aerodinámico . . . . .	17
2.3. Modelo mecánico . . . . .	20
2.3.1. Modelo de seis masas . . . . .	21
2.3.2. Modelos reducidos de masas . . . . .	23
2.4. Modelo eléctrico . . . . .	27
2.4.1. Modelo del DFIG expresado en un marco de referencia estacionario en abc . . . . .	27

2.4.2. Transformación de un marco de referencia fijo abc a un marco de referencia rotatorio dq0 . . . . .	31
2.4.3. Modelo del DFIG de orden reducido expresado en dq . . . . .	35
2.4.4. Modelo completo turbina-generator . . . . .	37
2.5. Conclusiones . . . . .	38
<b>3. Diseño de controles para la TEVV</b>	<b>39</b>
3.1. Introducción . . . . .	39
3.2. Controlabilidad . . . . .	40
3.2.1. Controlabilidad de sistemas lineales . . . . .	40
3.2.2. Controlabilidad en sistemas no lineales . . . . .	41
3.3. Controladores no lineales . . . . .	41
3.3.1. Control Backstepping . . . . .	41
3.3.2. Control por modos deslizantes . . . . .	44
3.3.3. Control Super Twisting simplificado . . . . .	45
3.4. Control Super Twisting Adaptable Simplificado . . . . .	50
3.4.1. Análisis de controlabilidad del sistema de conversión de energía eólica . . . . .	59
3.5. Objetivos particulares de control . . . . .	60
3.6. Diseño de controles no lineales para la TEVV . . . . .	62
3.7. Control Backstepping para la TEVV . . . . .	62
3.8. Control Super Twisting Simplificado para la TEVV . . . . .	66
3.9. Control Super Twisting Adaptable Simplificado para la TEVV . . . . .	68
3.10. Conclusiones . . . . .	71
<b>4. Estudio comparativo y resultados en simulación</b>	<b>72</b>
4.1. Introducción . . . . .	72
4.2. FAST-Simulink . . . . .	73
4.3. Resultados en simulación de los controladores Backstepping y Super Twisting simplificado . . . . .	74
4.3.1. Condiciones de operación . . . . .	75



4.3.2. Resultados en simulación . . . . .	77
4.4. Resultados en simulación del controlador Super Twisting adaptable simplificado . .	89
4.4.1. Condiciones de operación . . . . .	90
4.4.2. Resultados en simulación . . . . .	91
4.5. Estudio Comparativo . . . . .	101
4.6. Conclusiones . . . . .	102
<b>Conclusiones</b>	<b>104</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>111</b>
<b>A. Delimitación de <math>L(t)</math></b>	<b>112</b>

# Índice de figuras

1.1. Componentes de la turbina eólica. . . . .	3
1.2. Clasificación de las turbinas eólicas. . . . .	4
1.3. Configuración de turbina eólica de velocidad fija. . . . .	6
1.4. Configuración de turbina eólica de velocidad variable limitada. . . . .	7
1.5. Configuración de turbina eólica de velocidad variable con convertidor de escala parcial. . . . .	7
1.6. Configuración de turbina eólica de velocidad variable con convertidor de escala completa. . . . .	9
1.7. Regiones de operación. . . . .	11
2.1. Subsistemas de una turbina eólica. . . . .	16
2.2. Coeficiente de potencia $C_p$ en función de $\lambda$ para diferentes valores de $\beta$ . . . . .	19
2.3. Coeficiente de potencia $C_p$ en función de $\lambda$ para diferentes valores de $\beta$ . . . . .	20
2.4. Modelo mecánico de seis masas de una turbina eólica. . . . .	22
2.5. Modelo mecánico de dos masas de una turbina eólica. . . . .	25
2.6. Modelo mecánico de una masa concentrada de una turbina eólica. . . . .	26
2.7. Representación ideal del DFIG. . . . .	28
2.8. Circuito equivalente del DFIG. . . . .	29
2.9. Diagrama esquemático de la transformación del marco de referencia $abc$ a $dq0$ . . .	31
3.1. Trayectorias del sistema. . . . .	54
4.1. Esquema de control. . . . .	74

4.2. Perfil de viento fijo. . . . .	77
4.3. Desempeño del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina $\omega_{rt}$ . . . . .	78
4.4. Errores de seguimiento de las estrategias de control. . . . .	78
4.5. Desempeño de la regulación de la corriente del rotor $I_{rd}$ . . . . .	79
4.6. Errores de seguimiento de la regulación de la corriente del rotor $I_{rd}$ . . . . .	80
4.7. Salida del controlador $V_{rd}$ . . . . .	81
4.8. Salida del controlador $V_{rq}$ . . . . .	82
4.9. Perfil de viento variable. . . . .	82
4.10. Desempeño del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina $\omega_{rt}$ . . . . .	83
4.11. Errores de seguimiento de las estrategias de control. . . . .	84
4.12. Desempeño de la regulación de la corriente del rotor $I_{rd}$ . . . . .	85
4.13. Errores de seguimiento de la regulación de la corriente del rotor $I_{rd}$ . . . . .	85
4.14. Coeficiente de potencia. . . . .	86
4.15. Seguimiento de la máxima potencia aerodinámica. . . . .	87
4.16. Salida del controlador $V_{rd}$ . . . . .	88
4.17. Salida del controlador $V_{rq}$ . . . . .	89
4.18. Desempeño del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina $\omega_{rt}$ . . . . .	92
4.19. Errores de seguimiento de las estrategias de control. . . . .	93
4.20. Variable deslizante $s_{\omega}(t)$ . . . . .	94
4.21. Evolución de las ganancias adaptables $\alpha_{\omega}, \kappa_{\omega}, L_{\omega}$ . . . . .	95
4.22. Desempeño de la regulación de la corriente del rotor $I_{rd}$ . . . . .	96
4.23. Errores de seguimiento de la regulación de la corriente del rotor $I_{rd}$ . . . . .	96
4.24. Variable deslizante $s_{I_{rd}}(t)$ . . . . .	97
4.25. Evolución de las ganancias adaptables $\alpha_{I_{rd}}, \kappa_{I_{rd}}, L_{I_{rd}}$ . . . . .	97
4.26. Coeficiente de potencia. . . . .	98
4.27. Seguimiento de la máxima potencia aerodinámica. . . . .	98
4.28. Salida del controlador $V_{rd}$ . . . . .	100
4.29. Salida del controlador $V_{rq}$ . . . . .	100

# Índice de tablas

4.1. Grados de libertad. . . . .	75
4.2. Condiciones meteorológicas. . . . .	75
4.3. Parámetros de la turbina eólica [1]. . . . .	76
4.4. Parámetros DFIG [1]. . . . .	76
4.5. Ganancias y parámetros de controladores de ganancias constantes. . . . .	77
4.6. Ganancias y parámetros de los controladores adaptables . . . . .	91
4.7. Estudio comparativo del seguimiento de $\omega_{rtopt}$ . . . . .	101
4.8. Estudio comparativo de la regulación de $I_{rd}$ . . . . .	101



# Lista de Símbolos

$\Phi$  Flujo magnético

$\beta$  Ángulo de giro de las aspas

$\lambda$  Relación de velocidad de punta de las aspas

$\sigma$  Coeficiente de fuga

$\varphi$  Densidad del aire

$\omega$  Velocidad angular eléctrica del DFIG

$\omega_r$  Velocidad angular del rotor del DFIG

$\omega_{rg}$  Velocidad angular mecánica del DFIG

$\omega_{rt}$  Velocidad angular mecánica del rotor de la turbina

$\omega_s$  Velocidad de sincronía

$C_p$  Coeficiente de potencia

$D_r, D_g$  Constantes de amortiguamiento del rotor y el generador

$I$  Corriente

$J_t$  Inercia total de la turbina

$K_{ls}$  Constante de torsión en el eje de baja velocidad

$L$  Inductancia

$M$  Inductancia mutua

$N$  Ganancia de la caja de engranes

$P$  Potencia aerodinámica instantánea de la turbina

$P, Q$  Potencia activa y reactiva

$P_{Wind}$  Potencia disponible en el viento

$R$  Rotor de la turbina

$T_a$  Torque aerodinámico (3 aspas)

$T_{em}$  Torque electromagnético del generador

$T_{ls}$  Torque transmitido en el eje de baja velocidad

$T_{hs}$  Torque transmitido en el eje de alta velocidad

$V$  Voltaje

$d, q$  Marco de referencia sincrónicamente rotatorio

$p$  Número de polos

$s, r$  Subíndices del estator y rotor

$v$  Velocidad del viento

# Capítulo 1

## Introducción

A través de los años, la sociedad y la industria han experimentado y explotado diferentes fuentes de energía, sin embargo, la energía eléctrica se ha convertido en una de las más importantes debido a sus altos beneficios socioeconómicos. Por otro lado, la demanda actual de energía eléctrica se está incrementando constantemente debido al desarrollo tecnológico, al incremento de la productividad en la industria y al consumo de energía en los hogares. Por lo tanto, se requieren sistemas de conversión de gran escala, lo que implica un incremento en los costos de generación de energía. Por esta razón, es necesaria la implementación de diferentes plantas eléctricas, tales como nucleares, termoeléctricas, geotérmicas, de ciclo combinado, entre otras, para satisfacer la demanda eléctrica.

Entre las diferentes plantas eléctricas mencionadas, las plantas termoeléctricas han sido las más utilizadas en el mundo en las últimas décadas, gracias a los bajos costos de generación, alta eficiencia de conversión, fácil instalación y menor espacio de construcción requerido. Sin embargo, el proceso que involucran las plantas termoeléctricas ha presentado severos daños ambientales a lo largo de los años debido al uso excesivo de carbón. La quema de carbón y otros combustibles fósiles, liberan contaminantes peligrosos a la atmósfera como el dióxido de carbono y el dióxido de azufre, los cuales causan el efecto invernadero, y conducen al calentamiento global, la propagación de enfermedades y el derretimiento de los polos glaciares.

Estos riesgos ambientales, y la posible crisis energética han permitido desarrollar e implementar nuevas tecnologías para la generación de energía eléctrica basadas en soluciones de energías

limpias, tales como la energía solar y eólica. Entre estas fuentes de energía, la eólica ha experimentado un crecimiento substancial en las últimas décadas, debido a los beneficios socioeconómicos y ambientales en la producción de energía, ya que no involucra contaminantes en el proceso de generación.

De acuerdo con la información publicada en 2020 por la WWEA (World Wide Energy Association) la capacidad total de todas las turbinas instaladas a finales del 2019, alcanzó 650.8 GW, cubriendo más del 6 % de la demanda eléctrica global. Particularmente en México a mediados del 2019 la capacidad instalada total fue de 5,500 MW de acuerdo a los datos publicados por la Asociación Mexicana de Energía Eólica (AMDEE). Este crecimiento implica nuevos retos en la ingeniería y la ciencia.

Por otro lado, gracias a los avances en electrónica de potencia y en ingeniería aerodinámica, las turbinas se han vuelto más atractivas para la generación de energía eléctrica. Por lo tanto, se requieren estrategias de control avanzadas para la generación de energía, las cuales deberán ser capaces de reducir los costos en la generación de energía, a través del incremento de la eficiencia de las turbinas y la vida útil de los componentes y estructuras.

## **1.1. Descripción de las turbinas eólicas**

La circulación de las masas de aire en la atmósfera, es decir el viento, es una consecuencia de los gradientes de temperatura y presión por la interacción de la energía proveniente del sol con las masas de aire, generando diferencias de densidad entre ellas. Gracias a la aplicación de los principios aerodinámicos y a los dispositivos electrónicos en conjunto con enlaces mecánicos, es posible obtener energía eléctrica a partir de la energía cinética en el viento. Este proceso de conversión de energía es llevado a cabo por las turbinas eólicas.

Las turbinas eólicas son dispositivos electromecánicos complejos, compuestos por muchos componentes con diferentes funciones, interactuando en un ambiente cambiante. Los componentes principales de una turbina, mostrados en la Figura 1.1 son: 1) El rotor, el cual incluye las aspas, el cubo principal y las superficies aerodinámicas. 2) El tren de transmisión, el cual está compuesto por la caja de engranes (si es necesaria), los ejes de baja y alta velocidad referidos al rotor y gene-



rador, respectivamente, los frenos mecánicos y acoplamientos. 3) El marco principal, que proporciona soporte para el montaje y alineación adecuada de los componentes del tren de transmisión, junto con la góndola que protege a los componentes de las condiciones ambientales [2]. 4) La torre, la cual brinda soporte a la góndola y la mantiene en una altura apropiada para reducir la influencia de turbulencia y maximizar la captura de energía disponible en el viento. En la punta de la torre, el sistema de guiñada mantiene al eje del rotor alineado con el viento.

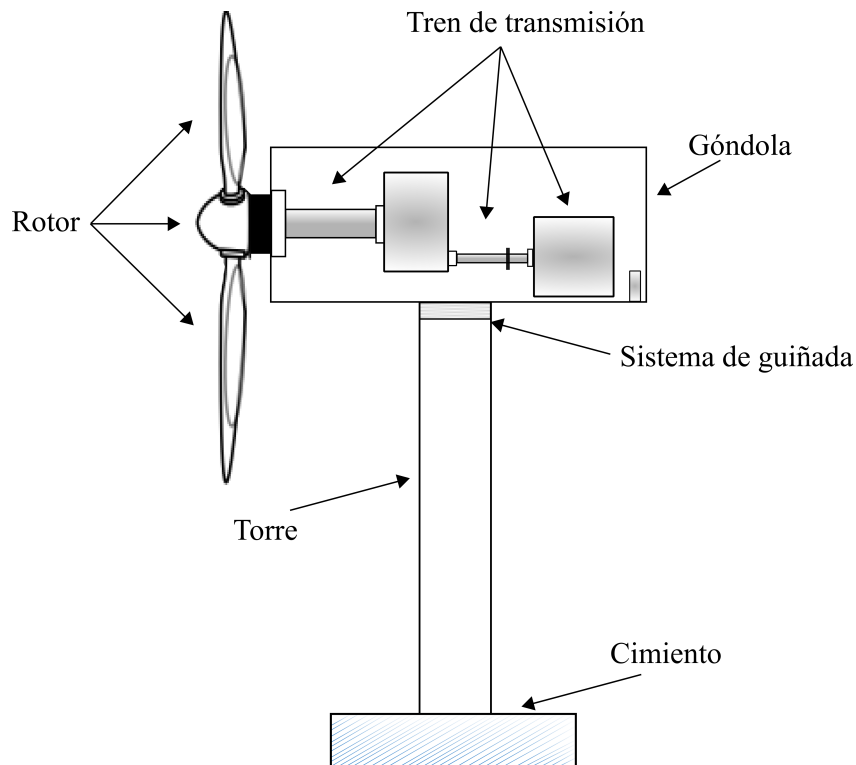


Figura 1.1: Componentes de la turbina eólica.

El proceso de conversión se resume a continuación: las aspas, conectadas al rotor a través del cubo principal, se mueven por el flujo del viento haciendo que giren, produciendo una rotación en el eje de baja velocidad. Esta rotación se transmite al eje de alta velocidad, a través de la caja de engranes, cuya función es aumentar la velocidad de rotación. El eje de alta velocidad transmite el par rotacional al generador, en donde el proceso de conversión de energía mecánica a energía eléctrica es llevado a cabo. Este proceso de conversión requiere una velocidad de entrada fija, o bien, dispositivos electrónicos de potencia que permitan adaptar la energía convertida acorde a

los requerimientos de la red eléctrica [3].

Existe un límite teórico basado en los principios aerodinámicos, el cual establece la cantidad de energía máxima disponible en el viento que puede ser convertida en energía mecánica. Este límite recibe el nombre de *límite de Betz* el cual está por debajo del 59.3% de acuerdo a la teoría Blade Element Momentum (BEM). Este límite juega un papel decisivo en el diseño del control de la potencia en las turbinas eólicas.

## 1.2. Estructuras de las turbinas eólicas y condiciones de operación

Las turbinas eólicas se pueden clasificar de acuerdo a: 1) Potencia de salida, 2) Máquina eléctrica, 3) Velocidad de operación y 4) Orientación de la turbina, como se muestra en la Figura 1.2.

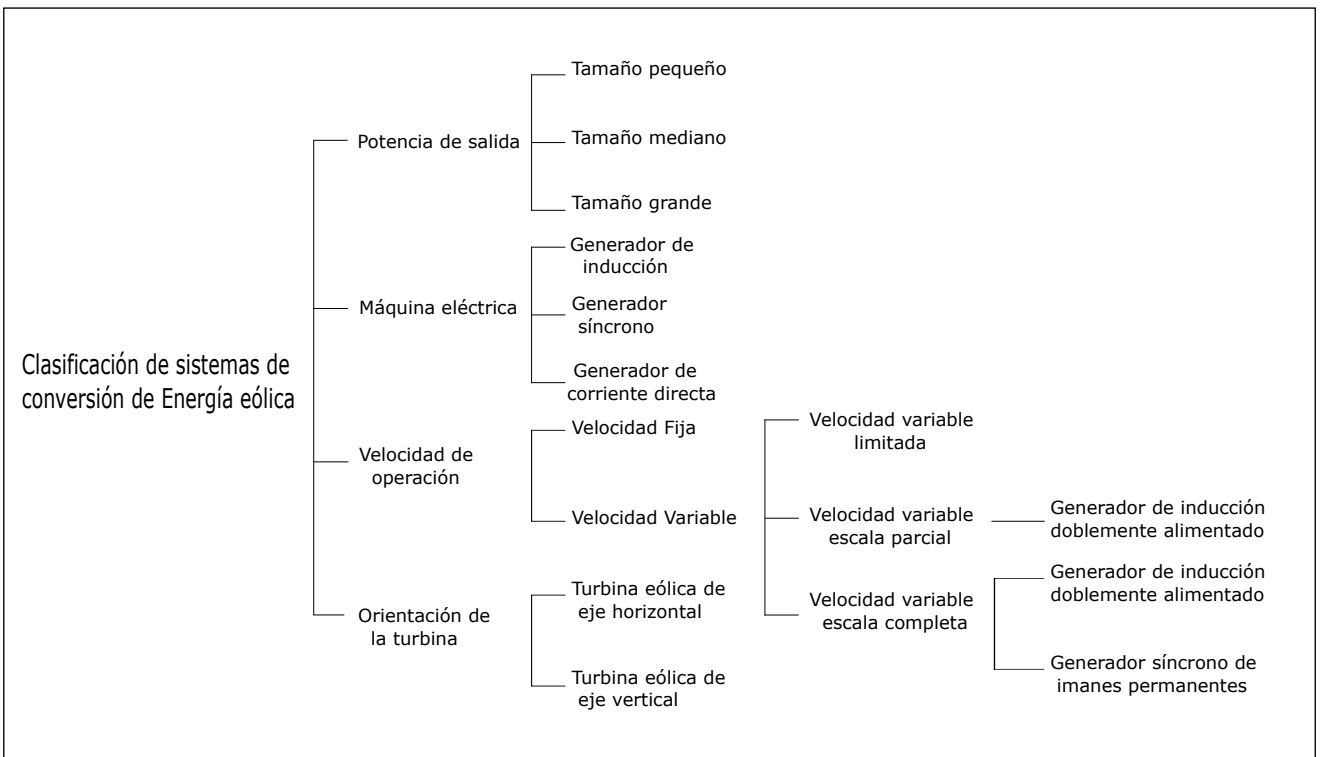


Figura 1.2: Clasificación de las turbinas eólicas.

De acuerdo con la potencia de salida, las turbinas eólicas se clasifican en: a) Pequeña, b) Me-

diana y c) Alta capacidad. La potencia de salida está relacionada directamente con el diámetro de la turbina y de la longitud de las aspas, las cuales afectan directamente el área de barrido del rotor, y por lo tanto, la cantidad de potencia capturada.

Las turbinas eólicas de pequeña capacidad por debajo de 100 kW han sido desarrolladas para proveer potencia eléctrica a pequeñas tiendas, residencias y comunidades. Además, las turbinas eólicas de mediana capacidad por debajo de 1 MW, son comúnmente utilizadas para aplicaciones industriales. Finalmente las turbinas eólicas de alta capacidad son utilizadas para aportar energía a la red eléctrica [2].

Las turbinas eólicas se pueden construir utilizando diferentes máquinas eléctricas. Las más utilizadas en aplicaciones industriales son los generadores. Los más comunes son: a) generadores de inducción, b) generadores síncronos, y c) generadores de corriente directa. Estos últimos son usualmente utilizados en turbinas eólicas de pequeña capacidad. Sin embargo, la mayoría de las turbinas eólicas de gran capacidad utilizan generadores trifásicos de inducción o síncronos. Los generadores de inducción son los más utilizados en turbinas eólicas conectadas a la red eléctrica, debido a su conexión simple a la red y a la reducción de costos de mantenimiento [4].

Otra clasificación de las turbinas eólicas es en términos de su velocidad de operación, estas pueden ser turbinas eólicas de velocidad fija y variable. La elección del modo de operación fijo o variable del rotor de la turbina tiene un impacto importante en el diseño del sistema de control de potencia.

Un ejemplo de una turbina eólica de velocidad fija, consiste en un generador de inducción jaula de ardilla conectado directamente a la red eléctrica, como se muestra en la Figura 1.3. Esta turbina eólica opera con pequeñas variaciones en la velocidad del rotor, ya que está conectada directamente a la red eléctrica, la cual está operando a una frecuencia fija. Sin embargo, para esta configuración es necesario un soporte externo de potencia reactiva para compensar la potencia consumida por la máquina de inducción.

Además, para regular la potencia en velocidades del viento altas, se requieren controles de pérdida aerodinámica y del ángulo de giro de las aspas. A pesar de la simplicidad y robustez de esta configuración, la captura de energía eólica es subóptima debido a las velocidades limitadas de operación, por otra parte, es necesaria la compensación de potencia reactiva.

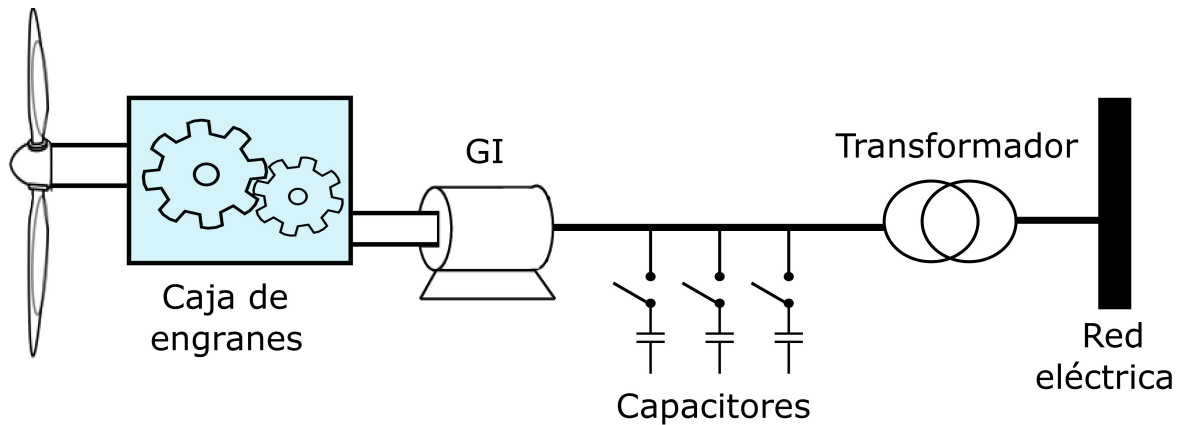


Figura 1.3: Configuración de turbina eólica de velocidad fija.

Por otro lado, las turbinas eólicas de velocidad variable se pueden clasificar en [5]:

- Turbina eólica de velocidad variable limitada.
- Turbina eólica de velocidad variable con convertidor de escala parcial.
- Turbina eólica de velocidad variable con convertidor de escala completa.

Para la generación de potencia, las turbinas eólicas de velocidad variable pueden ser una opción atractiva. Los avances en los convertidores de potencia, teoría de control, y el estudio de la aero-elasticidad le han permitido a los ingenieros diseñar turbinas eólicas capaces de ajustar su velocidad de operación.

Estas turbinas ofrecen muchos beneficios en comparación con las turbinas eólicas de velocidad fija incluyendo la reducción del estrés mecánico, alta eficiencia, alta calidad de potencia, reducción de ruido acústico y el proveer de un control simple del ángulo de giro de las aspas [6].

A continuación, se describen brevemente las diferentes posibles configuraciones de generadores y convertidores de potencia para las turbinas eólicas de velocidad variable.

Las turbinas eólicas de velocidad variable limitada mostradas en la Figura 1.4, son una simple extensión de la configuración de las turbinas eólicas de velocidad fija. La inclusión de una máquina de inducción de rotor devanado, en vez de uno de jaula de ardilla, le permite a la turbinas controlar la velocidad del rotor a través de la aplicación de voltaje a resistencias variables conectadas en serie con los devanados del rotor. Esto permite a la turbina operar a su máxima eficiencia



aerodinámica alrededor del 10% de las velocidades del viento. Sin embargo, existen algunas pérdidas de calor en las resistencias del rotor y además, es necesario un banco de condensadores para compensar la potencia reactiva consumida por la máquina eléctrica.

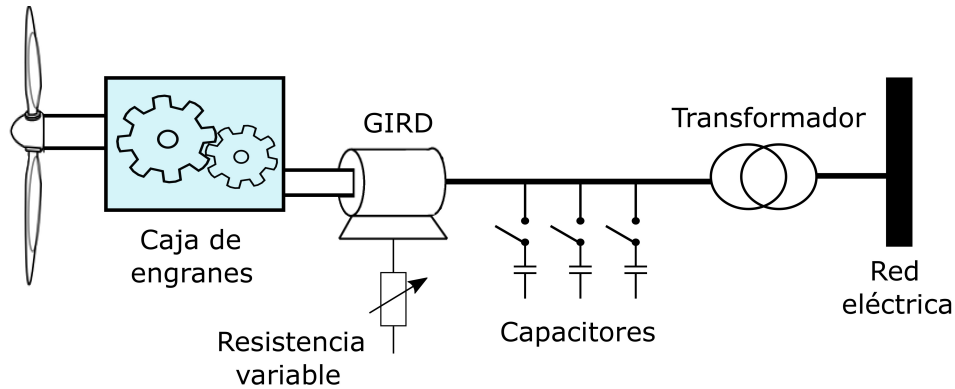


Figura 1.4: Configuración de turbina eólica de velocidad variable limitada.

Las turbinas eólicas de velocidad variable con convertidor de escala parcial, véase Figura 1.5 emplean un generador de inducción doblemente alimentado (DFIG, por sus siglas en inglés). El estátor del DFIG se conecta directamente a la red eléctrica [7], mientras que el rotor del generador se conecta a la red eléctrica a través de un convertidor back-to-back CA/CD/CA.

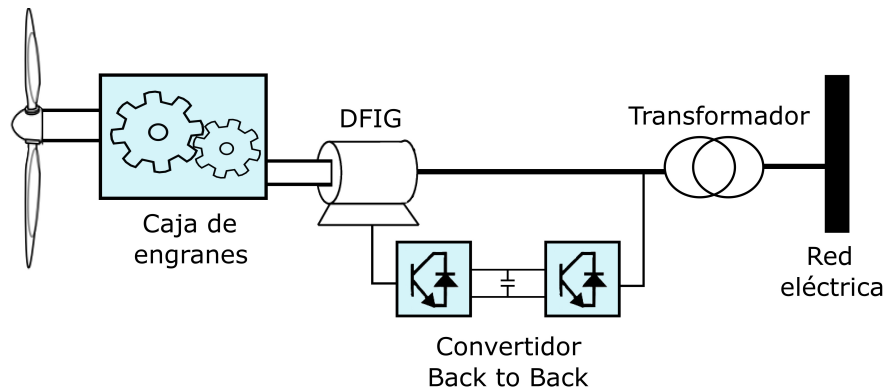


Figura 1.5: Configuración de turbina eólica de velocidad variable con convertidor de escala parcial.

En esta configuración, en vez de conectar resistencias a los devanados del rotor del generador se conecta un convertidor de potencia el cual le permite al sistema utilizar la energía que era disipada en las resistencias, y por lo tanto, facilita el control de la velocidad del rotor de la turbina alrededor del 33% de la velocidad de sincronía del generador. De este modo, la turbina eólica

puede operar a su máxima eficiencia aerodinámica para diferentes velocidades del viento.

La principal ventaja de esta configuración es el costo reducido del convertidor, ya que el total de la potencia que fluye a través de él es alrededor del 25 % del total de la potencia de la máquina [6, 8]. Además, el convertidor conectado en el lado del rotor permite un control desacoplado de potencia activa y reactiva en el estator, lo cual es adecuado para propósitos de control. Mientras que el convertidor permite el control de la inyección o absorción de la potencia reactiva en los devanados del estator, así como el seguimiento del máximo punto de potencia, el convertidor del lado de la red eléctrica permite el control del factor de potencia [9].

El DFIG, es una de las máquinas eléctricas más utilizadas para sistemas de conversión de energía eólica de velocidad variable de alta capacidad, debido a sus características, tales como velocidad de operación variable, desacoplamiento de la potencia activa y reactiva, costos reducidos en el convertidor, así como el control del factor de potencia y el mejoramiento de la eficiencia del sistema. Estas características han permitido la investigación y el desarrollo de estrategias de control para las turbinas eólicas de velocidad variable basadas en el DFIG [4, 10–12].

La configuración de las turbinas eólicas de velocidad variable con convertidor de escala completa se muestran en la Figura 1.6. En esta configuración se emplea un convertidor de escala completa, para transmitir toda la potencia de salida de la máquina a la red eléctrica.

En comparación con la configuración de las turbinas eólicas de velocidad variable con convertidor de escala parcial, el convertidor debe ser de mayor capacidad. Sin embargo, esto incrementa los costos del convertidor de potencia y su eficiencia determinará el total de la eficiencia del sistema. Esta configuración emplea comúnmente un generador trifásico síncrono de imanes permanentes, el cual puede permitir evitar el uso de la caja de engranes. Sin embargo, el DFIG también puede ser utilizado en esta configuración.

Gracias al convertidor de potencia empleado se puede lograr un buen aislamiento de la red eléctrica y el desacoplamiento de la potencia activa y reactiva. Esta configuración se utiliza extensivamente en turbinas eólicas flotantes [8].

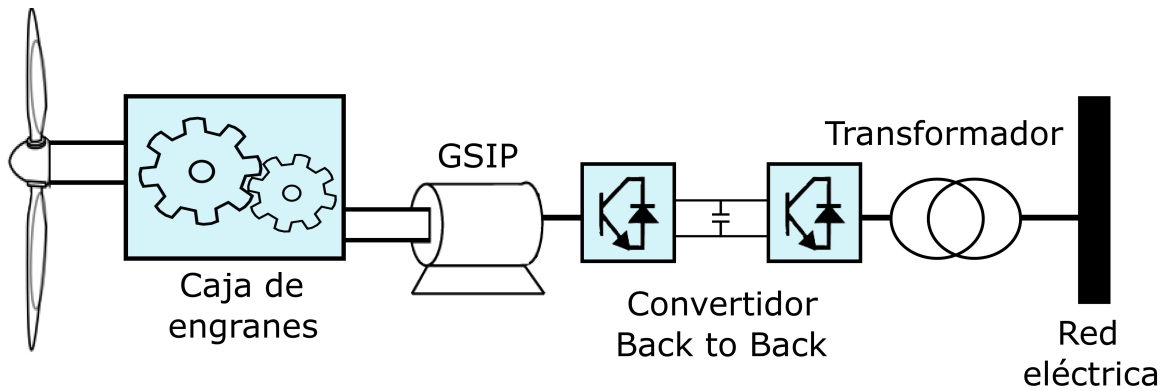


Figura 1.6: Configuración de turbina eólica de velocidad variable con convertidor de escala completa.

La principal diferencia entre las velocidades de operación es el control de la eficiencia aerodinámica. Las turbinas eólicas de velocidad fija operan a una velocidad del rotor de la turbina constante a pesar de las variaciones del viento. Por lo tanto, la relación de la velocidad de punta ( $TSR$ ) cambiará de acuerdo a la velocidad del viento.

Además, la eficiencia aerodinámica que depende directamente del  $TSR$  y del ángulo de giro de las aspas, tomará un valor máximo para una velocidad del viento específica. Por otro lado, las turbinas eólicas de velocidad variable son capaces de variar la velocidad del rotor de la turbina proporcionalmente a la velocidad del viento, manteniendo un  $TSR$  constante logrando la maximización de la eficiencia aerodinámica para diferentes velocidades del viento.

Finalmente, de acuerdo con la orientación del eje de la turbina, las turbinas eólicas se pueden clasificar en: turbinas eólicas de eje horizontal y vertical. A pesar de que las turbinas eólicas se pueden construir ya sea con eje vertical u horizontal para la generación de potencia, las turbinas eólicas de eje horizontal son más utilizadas en la industria, ya que dominan el mercado de las turbinas eólicas de gran capacidad. Además, poseen ventajas prácticas y aerodinámicas, tales como mayor potencia de salida, alta eficiencia, alta fiabilidad y altas velocidades de operación. Por otro lado, debido al tamaño de estas turbinas eólicas, los costos de transporte, instalación y mantenimiento son elevados.

### 1.3. Regiones de operación

Dependiendo del perfil de la velocidad del viento, existen diferentes regiones de operación en las turbinas eólicas de acuerdo a la potencia de salida representadas en la Figura 1.7. Estas regiones son:

- Región 1: Velocidad del viento por debajo de la velocidad de marcha (cut-in).
- Región 2: Velocidad del viento por debajo de la velocidad nominal (rated).
- Región 3: Velocidad del viento mayor a la velocidad nominal pero menor a la velocidad de paro (cut-out).
- Región 4 Velocidad del viento mayor a la velocidad de paro.

En la Región 1, la velocidad del viento es baja, es decir por debajo de la velocidad de marcha, entonces, las pérdidas de potencia en el sistema son mayores a la potencia disponible en el viento, es decir, los costos para mantener a la turbina operando a estas velocidades son mayores a las ganancias generadas por la producción. Por lo tanto, la turbina no debe de estar operando.

Cuando la velocidad del viento alcanza la velocidad de corte, la turbina eólica empieza a operar en la Región 2, la cual está comprendida por velocidades del viento entre la velocidad de marcha y la nominal, entonces la turbina se encuentra extrayendo potencia del viento, y por lo tanto, generando potencia eléctrica. Sin embargo, no genera la potencia nominal hasta que la velocidad del viento alcanza su velocidad nominal.

En la Región 3, la velocidad del viento es mayor a la velocidad nominal, entonces, la turbina debe limitar la potencia de salida, a través del control del ángulo de giro de las aspas y de la regulación del par, para proteger los componentes electromecánicos del sistema de ráfagas de viento que puedan ocasionar daños severos. Finalmente, en la Región 4, la velocidad del viento rebasa la velocidad de paro, y por lo tanto, es necesario apagar la turbina para mantener a salvo los componentes electromecánicos.

En general, las turbinas eólicas de velocidad fija y variable tienen las mismas regiones de operación, sin embargo, a excepción del punto de operación de diseño de las turbinas eólicas de velocidad fija, las de velocidad variable tienden a ser más eficientes en velocidades del viento por

debajo de la velocidad nominal, ya que éstas son capaces de operar cerca de la máxima eficiencia aerodinámica y por lo tanto, convierten mayor potencia en diferentes velocidades del viento [13].

Por esta razón, las turbinas eólicas modernas comerciales son de velocidad variable, ya que en la práctica la velocidad del viento es intermitente. Como se mencionó anteriormente, diferentes configuraciones de convertidores de potencia y generadores eléctricos permiten a las turbinas operar en este modo.

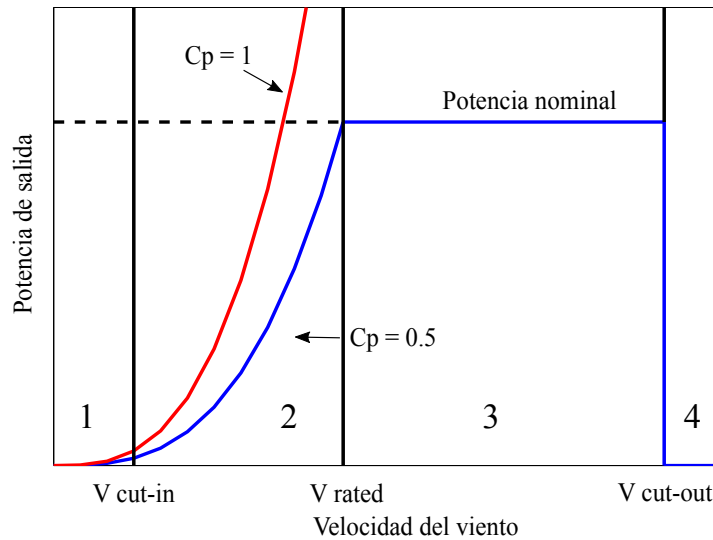


Figura 1.7: Regiones de operación.

Las turbinas eólicas de velocidad variable muestran diferentes tareas de control de acuerdo a la región de operación. En la práctica, las turbinas eólicas operan entre las Regiones 2 y 3. Generalmente, para velocidades del viento comprendidas en la Región 3, las tareas de control están dirigidas a limitar la potencia de salida, a través de la regulación del par y el control del ángulo de giro de las aspas. Sin embargo uno de los objetivos de control más desafiantes de las turbinas eólicas de velocidad variable es la maximización de la potencia de salida para diferentes velocidades del viento en la Región 2.

Como consecuencia del cambio instantáneo del viento, es necesario determinar la velocidad óptima del rotor de la turbina que asegure la maximización de la extracción de potencia. Para lograr la maximización de la extracción de potencia muchos algoritmos del seguimiento del máximo punto de potencia, tales como el control de TSR, el control del par óptimo, el control de la

retroalimentación de la señal de potencia, entre otros [14], combinados con técnicas de control apropiadas se han propuesto en las últimas décadas.

## 1.4. Estado del arte

En esta sección, se abordarán los antecedentes del problema de la maximización de la extracción de potencia en una turbina eólica de velocidad variable de eje horizontal operando en la Región 2, a través del seguimiento del máximo punto de potencia (MPPT por sus siglas en inglés).

En la literatura de ingeniería de control se han planteado diferentes soluciones para resolver este problema. Entre estas soluciones, están aquellas basadas en la técnica de control estándar proporcional integral y derivativa (PID) [15] la cual es una de las más utilizadas en la industria, la técnica cuadrática lineal Gaussiana (LQG) [16, 17], las basadas en técnicas de control lineal moderno como  $H_\infty$  [18, 19], las técnicas de control no lineal más populares como *feedback linearization* [9, 20], redes neuronales [21], y aquellas basadas en técnicas de control robusto no lineal como el control backstepping [22].

Sin embargo, estas estrategias de control no han logrado un buen desempeño al ser implementadas, debido al comportamiento altamente no lineal, presencia de incertidumbres paramétricas, dinámicas no modeladas, y algunas suposiciones que se consideran para obtener modelos matemáticos simplificados utilizados en el diseño de los controladores. Para tratar con estas características se han publicado diferentes trabajos.

A pesar del desarrollo exitoso del control robusto adaptativo, la técnica de control por modos deslizantes ha probado ser una de las mejores opciones para tratar con incertidumbres paramétricas y dinámicas no modeladas involucradas en el diseño de los controladores [23].

Una de las metodologías más atractivas de la técnica de control basada en modos deslizantes es el control Super Twisting, el cuál ha sido recientemente aplicado en turbinas eólicas de velocidad variable. Esto es debido a su convergencia en tiempo finito a la superficie deslizante y a su robustez para compensar perturbaciones acotadas que actúan sobre el canal de entrada de control [12, 24].

Para resolver el problema de la maximización de la extracción de potencia en las turbinas eólicas de velocidad variable se han implementado diferentes estrategias de control basadas en modos

deslizantes.

Por ejemplo, en [11] se ha implementado un control por modos deslizantes de segundo orden (SOSM) combinado con un observador de alta ganancia para lograr el seguimiento del MPPT en una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado operando en la Región 2.

Además, un algoritmo de control Super Twisting fue diseñado en [25, 26], para el control de la potencia activa y reactiva en una turbina eólica de velocidad variable basada en una máquina de reluctancia doblemente alimentada sin escobillas (BDFRM). Adicionalmente, un control Super Twisting adaptable se aplicó para lograr los mismos objetivos en una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado [27].

De igual manera, una estrategia de control del par óptimo combinado con un controlador Super Twisting se desarrolló para lograr la máxima extracción de potencia en una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado en [24].

Por otra parte, se ha presentado un control Super Twisting con ganancia variable en [28], donde el desempeño del sistema en lazo cerrado en términos de las cargas mecánicas y el seguimiento del máximo punto de potencia se han logrado. Además, un algoritmo de control basado en la técnica estándar de modos deslizantes se ha desarrollado en [29] para lograr el control del par y la potencia reactiva en una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado sometida a variaciones de voltaje en la red eléctrica.

## 1.5. Planteamiento del problema

A pesar de la extensa aplicación de las estrategias de control basadas en la técnica de modos deslizantes, particularmente en el algoritmo Super Twisting, los objetivos de control han estado limitados a la parte eléctrica sin considerar los efectos que pueden ocurrir en el proceso mecánico. Además, para lograr la máxima extracción de potencia, a través de la maximización de la eficiencia aerodinámica, se ha propuesto que el par del generador siga el par aerodinámico óptimo despreciando las dinámicas del tren de transmisión, es decir, para lograr este objetivo se consideró que el par aerodinámico y el electromagnético eran iguales, lo cual no es una suposición verdadera,

particularmente para condiciones del viento turbulentas, ya que la velocidad del viento no puede ser transferida instantáneamente al generador [12].

Por otra parte, los métodos de sintonización de las ganancias de los algoritmos de control basados en la técnica de modos deslizantes propuestos en la literatura carecen de una metodología clara para obtener valores adecuados que permitan alcanzar los objetivos de control deseados.

## 1.6. Contribución y estructura de la tesis

En este trabajo para tratar con la maximización de la extracción de potencia, se establece un modelo matemático de una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado, el cual incluye las partes aerodinámicas, mecánicas y eléctricas del sistema, así como incertidumbres y perturbaciones paramétricas externas.

Además, se proponen estrategias de control basadas en el algoritmo Super Twisting para hacer que la velocidad del rotor de la turbina siga la velocidad deseada (la velocidad que maximice el coeficiente de potencia  $C_p$ ) a pesar de las incertidumbres del sistema. También, utilizando estrategias de control basadas en el algoritmo Super Twisting se diseñará una ley de control que permita el seguimiento de la corriente del rotor deseada, a pesar de incertidumbres y perturbaciones paramétricas externas.

Por otra parte, desde un punto de vista teórico, a partir de una función cuadrática de Lyapunov se obtienen condiciones suficientes para asegurar la convergencia en tiempo finito de las estrategias de control propuestas. Además, las estrategias de control propuestas serán validadas en una turbina eólica de velocidad variable de 3 aspas con capacidad de 1.5 MW utilizando el simulador en turbinas eólicas FAST (Fatigue, Aerodynamic, Structural and Turbulence) [30] y el simulador de perfiles de viento TurbSim [31] de la compañía NREL (National Renewable Energy Laboratory) interconectados con Matlab-Simulink para llevar a cabo simulaciones realistas de una turbina eólica con todos sus grados de libertad.

La estructura de la tesis está organizada de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta un modelo matemático, el cual describe el comportamiento de una turbina eólica de velocidad variable, a partir del modelo matemático obtenido se diseñan algoritmos de control Super Twisting



que permita el seguimiento de la velocidad óptima del rotor de la turbina para la turbina eólica de velocidad variable en la Sección 3. En la Sección 4, se muestran resultados en simulación y un estudio comparativo para ilustrar el desempeño de los algoritmos de control propuestos cuando son aplicados a la turbina eólica de velocidad variable. Finalmente, se muestran las conclusiones y trabajo futuro.

## 1.7. Publicaciones

A. Flores, S. Gutiérrez y J. de León, "Advanced Control Design based on Sliding Modes Technique for Power Extraction Maximization in Variable Speed Wind Turbine", *Renewable Energy systems: modelling, control and optimization*. Elsevier, en imprenta, Mayo 2021 .

## 1.8. Conclusiones

En este capítulo se han introducido los conceptos básicos de los sistemas de conversión de energía eólica, así como sus clasificaciones y condiciones de operación. Por otro lado, se estudió el problema de la maximización de la extracción de potencia en las turbinas eólicas de velocidad variable y los diferentes enfoques para solucionar el problema a partir de la revisión de la literatura. Finalmente, se muestran los objetivos y alcances de este trabajo.

## Capítulo 2

# Modelo dinámico de la turbina eólica de velocidad variable

### 2.1. Introducción

El modelado de las turbinas eólicas debe de contener los grados de libertad suficientes para poder cubrir con los efectos dinámicos más importantes.

Un turbina eólica de velocidad variable (TEVV) está compuesta principalmente por tres subsistemas: El subsistema aerodinámico, mecánico y eléctrico [1] como se muestra en la Figura 2.1

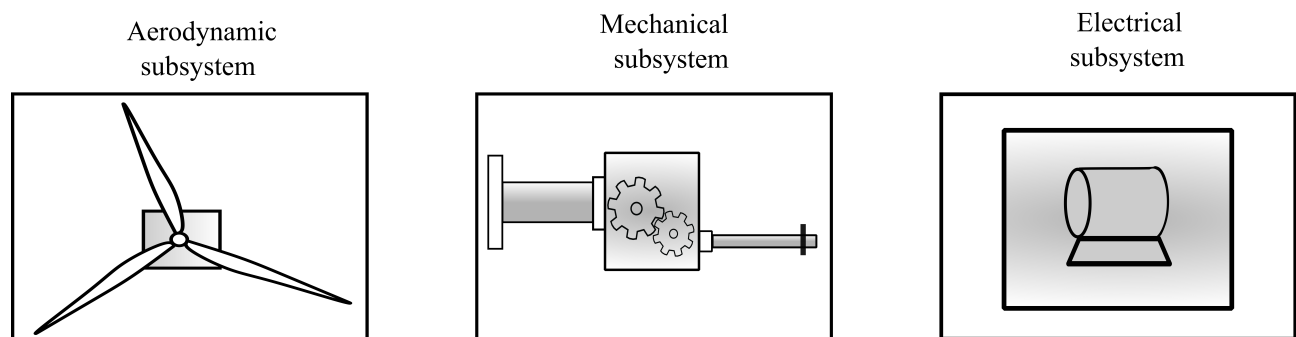


Figura 2.1: Subsistemas de una turbina eólica.

## 2.2. Modelo aerodinámico

Una de las propiedades aerodinámicas más importantes de las turbinas eólicas es la eficiencia aerodinámica, la cual está relacionada directamente con la geometría de las aspas [1]. Se representa a través del coeficiente de potencia  $C_p$  como la relación de la potencia instantánea de la turbina  $P$  con la potencia instantánea disponible en el viento  $P_{Wind}$  y está dada por

$$C_p = \frac{P}{P_{Wind}} \quad (2.1)$$

en donde  $P$  está dada por:

$$P = 1/2\pi\varphi R^2 C_p v^3 \quad (2.2)$$

y  $P_{Wind}$  de la siguiente manera:

$$P_{Wind} = 1/2\pi\varphi R^2 v^3 \quad (2.3)$$

donde  $\varphi$  es la densidad del aire ambiental a la altura del cubo principal, en donde la densidad estándar a nivel del mar es de aproximadamente  $1.225 \text{ kg/m}^3$ ,  $R$  es el diámetro del rotor de la turbina y  $v$  es la velocidad del viento. Por lo tanto, la potencia aerodinámica capturada por la turbina eólica está en función de dos factores principales, la velocidad del viento  $v(t)$  y el coeficiente de potencia de la turbina eólica  $C_p$ .

Además, el coeficiente de potencia  $C_p$  es una función no lineal la cual depende del ángulo de giro de las aspas  $\beta$  y la razón de la velocidad de punta de las aspas  $\lambda$ , i.e.  $C_p = C_p(\lambda, \beta)$ .

Por otro lado, la razón de la velocidad de punta de las aspas  $\lambda$  de una turbina eólica se define como la razón entre la velocidad de punta de las aspas  $\omega_{rt}$  y la velocidad del viento  $v$  la cual se expresa como

$$\lambda = \frac{\omega_{rt} R}{v} \quad (2.4)$$

La máxima eficiencia aerodinámica llamada *límite de Betz*,  $C_{Pmax} = 16/27$ , es el coeficiente de

potencia máximo teórico posible del rotor de la turbina. Sin embargo, en la práctica algunos efectos, tales como el número finito de aspas utilizadas y pérdidas de velocidad de punta asociadas, conducen a una disminución del coeficiente de potencia máximo alcanzable [2].

Para propósitos de control, el objetivo es producir la máxima potencia aerodinámica, es decir  $P = P_{max}$ , a través de la maximización del coeficiente de potencia  $C_p$  en  $\lambda_{opt}$  y  $\beta_{opt}$  bajo condiciones de operación de la turbina asociadas a la Región 2. Para este objetivo, el máximo valor del coeficiente de potencia  $C_p$  se puede obtener graficando el coeficiente de potencia  $C_p$  en términos de la razón de la velocidad de punta de las aspas de la turbina  $\lambda$  y el ángulo de giro de las aspas  $\beta$  utilizando un software especializado, o a través de aproximaciones de funciones no lineales de  $(\lambda, \beta)$ . Por ejemplo:

$$C_p(\lambda, \beta) = c_1 \left( \frac{c_2}{\Gamma(\lambda, \beta)} - c_3\beta - c_4 \right) \exp^{-c_5/\Gamma} + c_6\lambda \quad (2.5)$$

donde

$$\frac{1}{\Gamma(\lambda, \beta)} = \left( \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} \right) - \left( \frac{0.035}{\beta^3 + 1} \right) \quad (2.6)$$

y los coeficientes  $c_1, \dots, c_6$  dependen de las características de diseño de la turbina eólica y sus valores se adoptan de [12].  $c_1 = 0.5176$ ,  $c_2 = 116$ ,  $c_3 = 0.4$ ,  $c_4 = 5$ ,  $c_5 = 21$ ,  $c_6 = 0.0068$ .

La Figura 2.2 muestra la gráfica del coeficiente de potencia  $C_p$  en función de la razón de la velocidad de punta de las aspas de la turbina  $\lambda$  para diferentes valores del ángulo de giro de las aspas  $\beta$ . En esta gráfica se puede observar que corresponde un valor máximo del coeficiente de potencia  $C_p$  en  $\lambda = 8$  y  $\beta = 0$ .

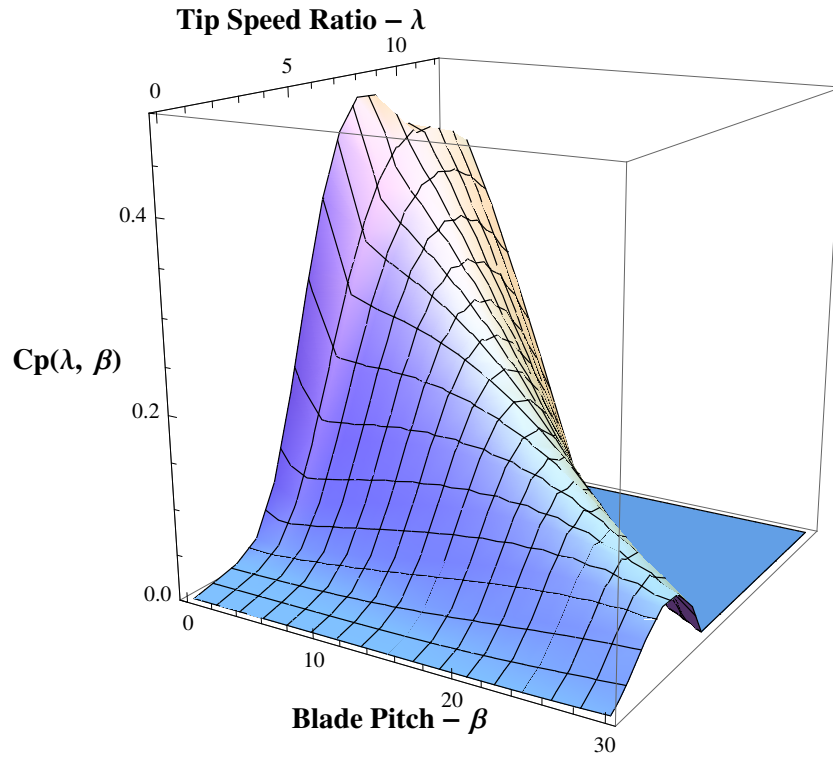


Figura 2.2: Coeficiente de potencia  $C_p$  en función de  $\lambda$  para diferentes valores de  $\beta$ .

Otro método para obtener el coeficiente de potencia es utilizando el software FAST. Para simular el coeficiente de potencia a través de este método se requiere una configuración adecuada de los archivos de entrada del software, es decir, todos los grados de libertad desactivados en los archivos de entrada de ElastoDyn y un perfil de viento escalonado de  $5 \text{ m/s}$  a  $15 \text{ m/s}$ , con el fin de capturar el estado estable de cada respuesta al escalón del coeficiente de potencia bajo condiciones del rotor de la turbina ideales.

La Figura 2.3 muestra una gráfica del coeficiente de potencia para diferentes valores de  $(\lambda, \beta)$ .

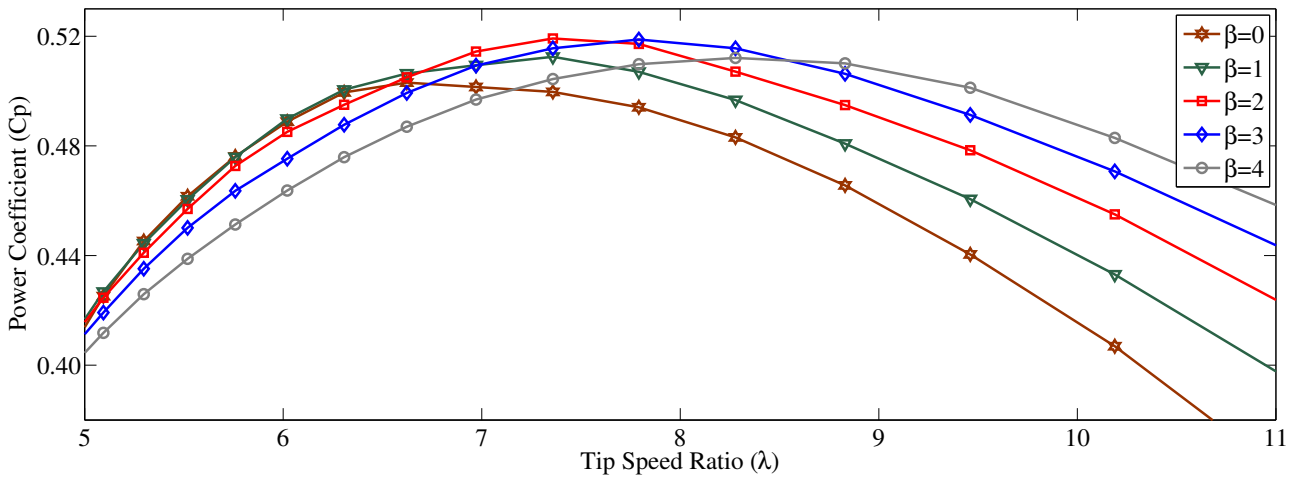


Figura 2.3: Coeficiente de potencia  $C_p$  en función de  $\lambda$  para diferentes valores de  $\beta$ .

A pesar de que ambos resultados difieren debido a las inexactitudes de las aproximaciones de las funciones no lineales, éstos concuerdan con el *límite de Betz*, el cual establece que el máximo coeficiente de potencia debe ser menor a 0.59.

**Observación 1:** Para propósitos de diseño del control los valores óptimos de  $\lambda$  y  $\beta$  se considerarán de acuerdo a [32], en donde se establece que para la turbina eólica de 1.5 MW utilizada en FAST, el coeficiente de potencia máximo  $C_{p_{max}} = 0.5$  ocurre en  $\lambda = 7$  y  $\beta = 2.6$ .

Es importante mencionar que todos los cálculos aerodinámicos estarán determinados a través del módulo AeroDyn de FAST, el cuál, está basado en la teoría BEM. AeroDyn es un módulo en el dominio del tiempo de la aerodinámica de las turbinas eólicas que ha sido acoplado en la versión de FAST 8 para permitir simulaciones aeroelásticas de las turbinas eólicas de eje horizontal [33]. En secciones futuras se dará una breve introducción al software FAST.

## 2.3. Modelo mecánico

El propósito principal del subsistema mecánico es transmitir la energía mecánica obtenida a partir del viento al subsistema eléctrico, esta tarea es llevada a cabo por el tren de transmisión. El tren de transmisión de una turbina eólica consiste en la mayoría de los componentes giratorios y dispositivos mecánicos, por ejemplo, el rotor, el cual está comprendido por el cubo principal y las aspas, el eje principal del rotor, la caja de engranes, el eje del generador, acoplamientos y frenos

mecánicos.

Este sistema se puede representar a través de un conjunto de masas rotatorias interconectadas. En la literatura se han propuesto diferentes modelos de masas rotatorias con el fin de obtener un análisis preciso de las dinámicas del sistema, por ejemplo, podemos encontrar modelos de seis masas, cinco masas, tres masas, dos masas o de una sola masa concentrada en el eje de baja velocidad. Este último, consiste solamente en el eje rígido del rotor de la turbina y el rotor de la turbina [34–37].

Para analizar las dinámicas del tren de transmisión de una forma precisa, es necesario un modelo que contenga todas las partes rotatorias del sistema, incluyendo los efectos de los parámetros del tren de transmisión, tales como las constantes de inercia, torsión y amortiguamiento. Sin embargo, la implementación de este modelo implica incrementar la complejidad, así como el uso de pasos de integración pequeños lo que conlleva a un esfuerzo computacional mayor. Es por esto que se han desarrollado modelos reducidos de masas para minimizar el esfuerzo computacional preservando la precisión de las dinámicas del sistema.

Por otro lado, para diseños de control se toman en cuenta modelos reducidos de masas, los cuales incluyen los efectos dinámicos más importantes. Particularmente, los modelos de dos masas han sido los más utilizados en la literatura [38–41], ya que de acuerdo a resultados en simulación se ha concluido que este modelo es suficiente para el análisis de las dinámicas del sistema de transmisión [34].

Además, el software especializado en turbinas eólicas FAST representa el modelo dinámico del tren de transmisión mediante un modelo de dos masas [8]. Estos modelos se describirán a continuación.

### 2.3.1. Modelo de seis masas

El modelo básico de seis masas del tren de transmisión de una turbina eólica se representa en la Figura 2.4, este modelo tiene seis inercias: tres inercias correspondientes a las aspas, ( $J_{A1}, J_{A2}, J_{A3}$ ), la inercia del cubo principal ( $J_C$ ), la inercia de la caja de engranes ( $J_{CE}$ ) y la inercia del generador ( $J_G$ ). Las constantes de torsión,  $K_{CA1}, K_{CA2}, K_{CA3}, K_{CCE}$  y  $K_{CG}$  que representan la elasticidad entre

las masas adyacentes.

Los amortiguamientos mutuos entre las masas adyacentes están representados por  $d_{CA1}$ ,  $d_{CA2}$ ,  $d_{CA3}$ ,  $d_{CCE}$  y  $d_{CG}$ . Las pérdidas del par que actúan sobre las masas individuales se expresan mediante el amortiguamiento propio como  $D_{A1}$ ,  $D_{A2}$ ,  $D_{A3}$ ,  $D_C$ ,  $D_{CE}$  y  $D_G$ . Finalmente las entradas del sistema del tren de transmisión son el par del generador  $T_{em}$  y los tres pares aerodinámicos individuales que actúan sobre las aspas  $T_{A1}$ ,  $T_{A2}$ ,  $T_{A3}$ .

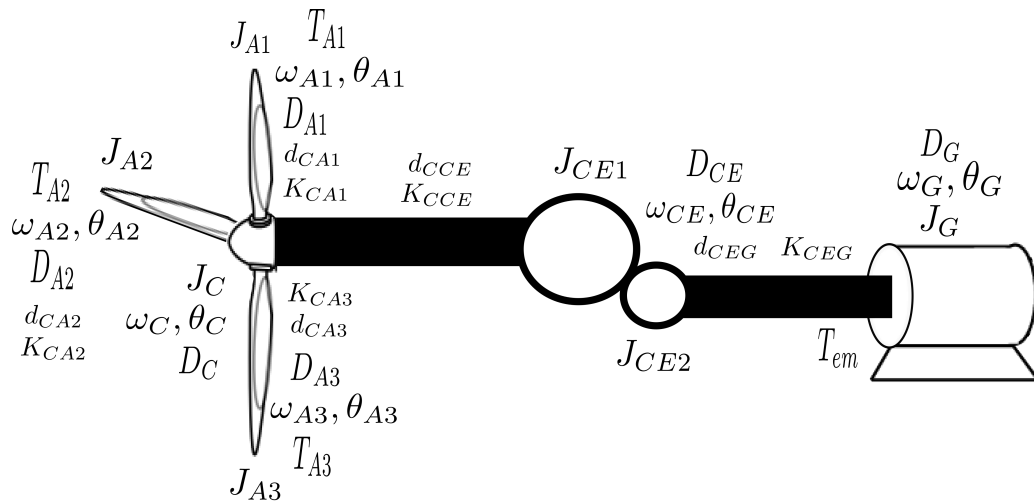


Figura 2.4: Modelo mecánico de seis masas de una turbina eólica.

El modelo dinámico de seis masas puede ser descrito de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -J^{-1}K & -J^{-1}D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1} \end{bmatrix} T \quad (2.7)$$

en donde:  $[\theta] = [\theta_{A1}, \theta_{A2}, \theta_{A3}, \theta_C, \theta_{CE}, \theta_G]^T$  y  $[\omega] = [\omega_{A1}, \omega_{A2}, \omega_{A3}, \omega_C, \omega_{CE}, \omega_G]^T$  representan los vectores de la posición y velocidad angular mecánica de las aspas, cubo principal, caja de engranes y generador. La matriz  $[J] = \text{diag}[J_{A1}, J_{A2}, J_{A3}, J_C, J_{CE}, J_G]$  representa una matriz diagonal de inercias, el vector  $[T] = [T_{A1}, T_{A2}, T_{A3}, 0, 0, T_G]^T$  representa los torques aplicados de las aspas y el generador. Mientras que  $[K]$  y  $[D]$  son matrices constantes cuadradas de torsión y amortiguamiento definidas por:



$$[K] = \begin{bmatrix} K_{CA} & 0 & 0 & -K_{CA} & 0 & 0 \\ 0 & K_{CA} & 0 & -K_{CA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{CA} & -K_{CA} & 0 & 0 \\ -K_{CA} & -K_{CA} & -K_{CA} & K_{CCE} + 3K_{CA} & -K_{CCE} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{CCE} & K_{CCE} + K_{CEG} & -K_{CEG} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{CEG} & K_{CEG} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_A + d_{CA} & 0 & 0 & -d_{CA} & 0 & 0 \\ 0 & D_A + d_{CA} & 0 & -d_{CA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_A + d_{CA} & -d_{CA} & 0 & 0 \\ -d_{CA} & -d_{CA} & -d_{CA} & D_C + d_{CCE} + 3d_{CA} & -d_{CCE} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d_{CCE} & D_{CE} + d_{CCE} + d_{CEG} & -d_{CEG} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{CEG} & D_g + d_{CEG} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

### 2.3.2. Modelos reducidos de masas

Como se mencionó anteriormente, para obtener un análisis preciso de todas las dinámicas del tren de transmisión es necesario un modelo de seis masas. Sin embargo, este modelo es bastante complejo e incrementa el esfuerzo computacional, por lo que varios autores han desarrollado, estudiado y analizado modelos reducidos de masas que preserven la precisión de las dinámicas y sean adecuados para diseño de controladores.

Por ejemplo, se puede obtener un modelo de tres masas a partir de la manipulación del modelo de seis masas, combinando los pesos de las tres aspas y el cubo principal. Por lo tanto, la nueva inercia de la turbina, será la suma de las tres inercias de las aspas y la inercia del cubo principal, es decir  $J_{rt} = J_{A1} + J_{A2} + J_{A3} + J_C$ .

Asimismo, el par aplicado (aerodinámico) será la suma de los tres pares de las aspas, es decir  $T_a = T_{A1} + T_{A2} + T_{A3}$ . Además, el nuevo amortiguamiento propio será la suma de los tres amortiguamientos propios de las aspas y del cubo principal  $D_{rt} = D_{A1} + D_{A2} + D_{A3} + D_C$ , también se asume

que el amortiguamiento mutuo entre las masas adyacentes y las constantes de torsión entre las aspas y el cubo principal se desprecian.

El modelo reducido de tres masas se describe a continuación:

$$\frac{d\theta_{rt}}{dt} = \omega_{rt} \quad (2.10)$$

$$\frac{d\theta_{CE}}{dt} = \omega_{CE} \quad (2.11)$$

$$\frac{d\theta_G}{dt} = \omega_G \quad (2.12)$$

$$\frac{d\omega_{rt}}{dt} = \frac{T_a}{J_{rt}} - \frac{K_{CCE}}{J_{rt}}(\theta_{rt} - \theta_{CE}) - \frac{d_{CCE}}{J_{rt}}(\omega_{rt} - \omega_{CE}) - \frac{D_{rt}}{J_{rt}}\omega_{rt} \quad (2.13)$$

$$\frac{d\omega_{CE}}{dt} = \frac{K_{CCE}}{J_{CE}}(\theta_{rt} - \theta_{CE}) + \frac{d_{CCE}}{J_{CE}}(\omega_{rt} - \omega_{CE}) - \frac{K_{CEG}}{J_{CE}}(\theta_{CE} - \theta_G) - \frac{d_{CEG}}{J_{CE}}(\omega_{CE} - \omega_G) - \frac{D_{CE}}{J_{CE}}\omega_{CE} \quad (2.14)$$

$$\frac{d\omega_G}{dt} = \frac{K_{CEG}}{J_G}(\theta_{CE} - \theta_G) + \frac{d_{CEG}}{J_G}(\omega_{CE} - \omega_G) - \frac{D_G}{J_G}\omega_G - \frac{T_{em}}{J_G} \quad (2.15)$$

$$(2.16)$$

De forma similar, el modelo resultante de tres masas puede ser transformado y representado por un modelo de dos masas, concentradas en el rotor de la turbina y en el generador, como se muestra en la Figura 2.5, en donde se combinan la inercia del generador y la inercia de la caja de engranes, así como los amortiguamientos propios. Finalmente, el amortiguamiento mutuo entre las masas de la caja de engranes y el generador se desprecia.

El modelo de dos masas resultante se puede describir de la siguiente manera

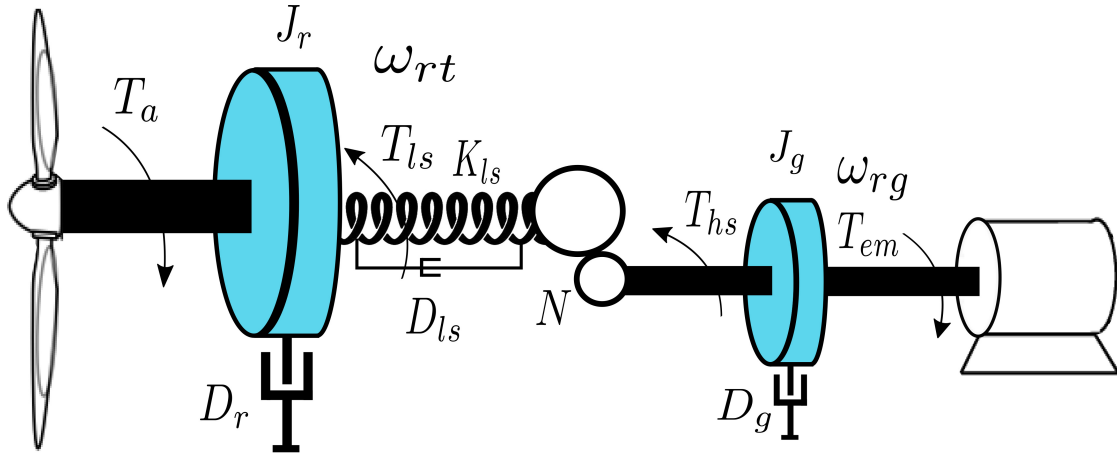


Figura 2.5: Modelo mecánico de dos masas de una turbina eólica.

$$J_r \frac{d\omega_{rt}}{dt} = T_a - T_{ls} - D_r \omega_{rt} \quad (2.17)$$

$$J_g \frac{d\omega_{rg}}{dt} = T_{hs} - T_{em} - D_g \omega_{rg} \quad (2.18)$$

con  $T_{ls} = K_{ls}(\theta_{rt} - \theta_{ls}) + D_{ls}(\omega_{rt} - \omega_{ls})$ . Donde  $J_r$  y  $J_g$  son las inercias del rotor y generador respectivamente,  $\omega_{rt}$  y  $\omega_{rg}$  son las velocidades angulares del rotor y generador,  $T_a$  y  $T_{em}$  son los pares aerodinámico y electromecánico aplicados,  $T_{ls}$  y  $T_{hs}$  son los pares de los ejes de alta y baja velocidad transmitidos, y  $D_r$  y  $D_g$  son los amortiguamientos de las masas rotatorias de los ejes del rotor y el generador respectivamente.

El modelo (2.17)-(2.18) se puede representar en la forma compacta de la siguiente manera:

$$J \frac{d\omega}{dt} = -D\omega + T - T_s \quad (2.19)$$

donde  $J = \text{diag}[J_r, J_g]$  es la matriz diagonal de inercias,  $\omega = [\omega_{rt} \ \omega_{rg}]^T$  es el vector de las velocidades angulares del rotor y el generador,  $D = \text{diag}[D_r, D_g]$  es la matriz diagonal de amortiguamiento,  $T = [T_a \ T_g]^T$  es el vector de los pares aerodinámico y electromagnético aplicados y  $T_s = [T_{ls} \ T_{hs}]^T$  es el vector de los pares de los ejes de alta y baja velocidad transmitidos.

Además, la relación de la caja de engranes  $N$  está definida como

$$N = \frac{\omega_{rg}}{\omega_{rt}} = \frac{T_{ls}}{T_{hs}} \quad (2.20)$$

Después de aplicar algunas operaciones matemáticas y considerando que el tren de transmisión es rígido (i.e.  $D = 0$ ) sin disipación en la caja de engranes, y la inercia del generador y del rotor concentradas en el eje de baja velocidad, (i.e.  $J_t = J_r + N^2 J_g$ ), se tiene que los pares transmitidos de los ejes de alta y baja velocidad están relacionados de la siguiente manera.

$$T_{ls} = NT_{hs} \quad (2.21)$$

y que el modelo del sistema mecánico, el cual describe el comportamiento del modelo del tren transmisión de una turbina eólica de una sola masa concentrada en el eje de baja velocidad mostrado en la Figura 2.6 está dado por:

$$J_t \frac{d\omega_{rt}}{dt} = T_a - NT_{em} \quad (2.22)$$

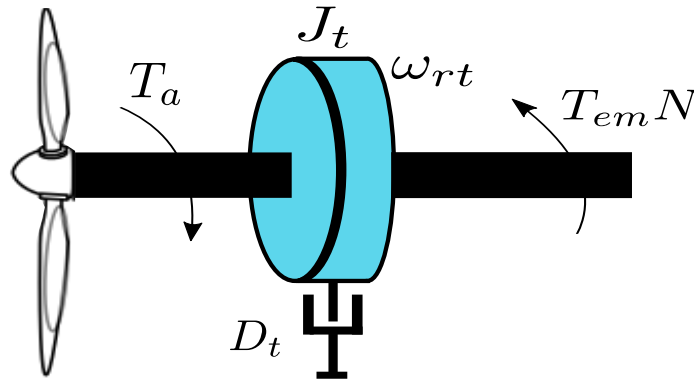


Figura 2.6: Modelo mecánico de una masa concentrada de una turbina eólica.

**Observación 2** Para propósitos del diseño de control se considera un modelo del tren de transmisión rígido de una sola masa (2.22). Sin embargo, durante las simulaciones en FAST, se considera un modelo del tren de transmisión flexible de dos masas con una eficiencia de la caja de engranes del 95%. Como resultado de esta simplificación del modelo mecánico, existe incertidumbre en los

parámetros y dinámicas no modeladas.

## 2.4. Modelo eléctrico

El subsistema eléctrico está compuesto por el generador y los dispositivos de control de potencia. Su principal objetivo es transformar la energía mecánica proveniente del tren de transmisión en energía eléctrica. Como fue discutido en la Sección 1.2, las máquinas eléctricas más utilizadas en los sistemas de conversión de energía eólica son los generadores de corriente alterna trifásicos, tanto los generadores síncronos y asíncronos (de inducción). En este trabajo la máquina eléctrica a controlar será el generador de inducción doblemente alimentado, debido a su modo de operación variable y a sus bajos costos de implementación [6, 42].

Para propósitos de diseño de esquemas de control en las turbinas eólicas, es necesario tener el conocimiento del modelo dinámico del generador. Este modelo debe incorporar los efectos dinámicos más importantes que ocurran en los transitorios y en estado estable. Además, este debe de ser válido para cualquier variación arbitraria en el tiempo, de los voltajes y corrientes generados por los convertidores que alimentan la máquina.

En esta sección se desarrollarán modelos dinámicos del generador de inducción doblemente alimentado en un marco de referencia  $abc$  y  $dq0$ , representados en ecuaciones diferenciales, los cuales serán válidos para cualquier variación instantánea en los voltajes y corrientes. Además estos modelos describen adecuadamente el desempeño de la máquina bajo operaciones de transitorios y estado estacionario.

### 2.4.1. Modelo del DFIG expresado en un marco de referencia estacionario en $abc$

De acuerdo a los modelos de las máquinas de corriente alterna trifásicas desarrollados por diferentes autores [6, 43], el modelo simplificado e ideal del DFIG es similar a la máquina de inducción de rotor devanado (WRIM por sus siglas en inglés), y se puede describir por tres devanados en el estátor y tres en el rotor, con dos polos simétricos, como se muestra en la Figura 2.7

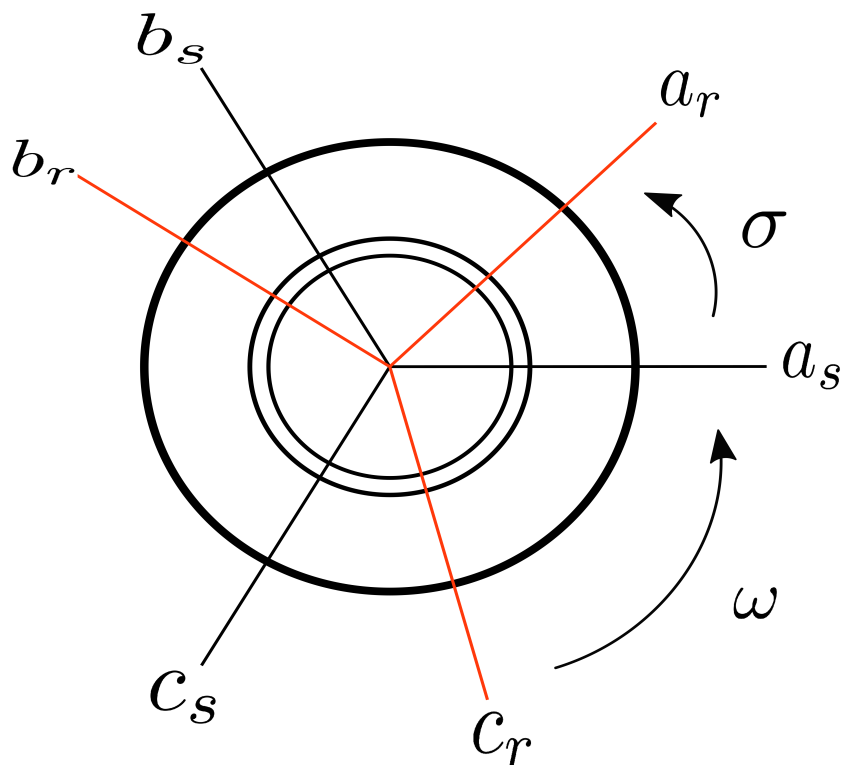


Figura 2.7: Representación ideal del DFIG.

en donde los devanados de fase del estator están desplazados 120 grados eléctricos entre sí, y del mismo modo los devanados del rotor.

El ángulo eléctrico comprendido entre los ejes magnéticos del devanado de fase del estator  $a_s$  y el devanado de fase del rotor  $a_r$  está definido por  $\sigma$ . Por lo tanto, la velocidad angular eléctrica del rotor de la máquina está definida como  $\omega = \frac{d\sigma}{dt} = p\omega_{rg}$  y su dirección es mostrada en la Figura 2.7 en sentido contrario a las manecillas del reloj. Estos devanados son una representación ideal de una máquina real, la cual permite obtener un circuito equivalente como se muestra en la Figura 2.8 y consecuentemente obtener un modelo dinámico a partir de las leyes de Faraday y Kirchhoff.

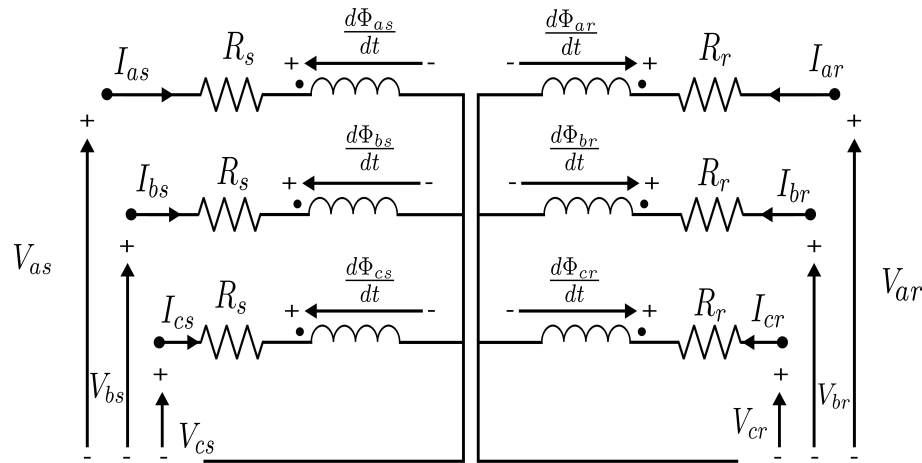


Figura 2.8: Circuito equivalente del DFIG.

Para el desarrollo del modelo dinámico en un marco de referencia estacionario  $abc$  se consideren las siguientes suposiciones:

- Los devanados de fase del estator y el rotor del DFIG se consideran distribuidos simétricamente, lo que significa que las resistencias, y las inductancias magnetizantes y de fuga son iguales para las tres fases en el estator y en el rotor.
- La fuerza magnetomotriz producida es distribuida sinusoidalmente alrededor de la circunferencia del estator del DFIG. Por lo tanto, no se presentan componentes armónicos.
- El circuito magnético de la máquina no está saturado.
- Las inductancias mutuas entre los dos devanados de fase del estator y entre los dos devanados de fase del rotor son constantes mientras que las inductancias mutuas entre el devanado de fase del estator y del rotor varían con la posición angular del rotor  $\sigma$ .

Bajo las suposiciones anteriores y de acuerdo a las leyes de Faraday y Kirchhoff las relaciones de voltajes en el estator y el rotor, están dadas por:

$$V_{sabc} = R_s I_{sabc} + \frac{d}{dt} \Phi_{sabc} \quad (2.23)$$

$$V_{rabc} = R_r I_{rabc} + \frac{d}{dt} \Phi_{rabc} \quad (2.24)$$

en donde:  $[V_{sabc}] = \begin{bmatrix} v_{sa} & v_{sb} & v_{sc} \end{bmatrix}^T$  y  $[V_{rabc}] = \begin{bmatrix} v_{ra} & v_{rb} & v_{rc} \end{bmatrix}^T$  son los vectores de voltaje en cada una de las fases del estátor y el rotor respectivamente,  $[I_{sabc}] = \begin{bmatrix} i_{sa} & i_{sb} & i_{sc} \end{bmatrix}^T$  y  $[I_{rabc}] = \begin{bmatrix} i_{ra} & i_{rb} & i_{rc} \end{bmatrix}^T$  son los vectores de corriente en cada una de las fases del estátor y el rotor respectivamente,  $R_s$  y  $R_r$  representan las resistencias de fase del estátor y el rotor respectivamente, el vector y  $[\Phi_{sabc}] = \begin{bmatrix} \Phi_{sa} & \Phi_{sb} & \Phi_{sc} \end{bmatrix}^T$  y  $[\Phi_{rabc}] = \begin{bmatrix} \Phi_{ra} & \Phi_{rb} & \Phi_{rc} \end{bmatrix}^T$  son los vectores de flujo en cada fase del estátor y el rotor respectivamente.

Los vectores de flujo del estátor y el rotor  $\Phi_{sabc}$  y  $\Phi_{rabc}$  en términos de los vectores de corriente  $I_{sabc}$  y  $I_{rabc}$  están dados por:

$$\Phi_{sabc} = L_s I_{sabc} + M I_{rabc} \quad (2.25)$$

$$\Phi_{rabc} = L_r I_{rabc} + M^T I_{sabc} \quad (2.26)$$

donde  $L_s$  y  $L_r$  son las matrices de inductancia del estátor y el rotor respectivamente y  $M$  es la matriz de inductancias mutuas, dadas por:

$$L_s = \begin{bmatrix} l_{ls} + l_m & -\frac{1}{2}l_m & -\frac{1}{2}l_m \\ -\frac{1}{2}l_m & l_{ls} + l_m & -\frac{1}{2}l_m \\ -\frac{1}{2}l_m & -\frac{1}{2}l_m & l_{ls} + l_m \end{bmatrix} \quad L_r = \begin{bmatrix} l_{lr} + l_m & -\frac{1}{2}l_m & -\frac{1}{2}l_m \\ -\frac{1}{2}l_m & l_{lr} + l_m & -\frac{1}{2}l_m \\ -\frac{1}{2}l_m & -\frac{1}{2}l_m & l_{lr} + l_m \end{bmatrix}$$

$$M = l_m \begin{bmatrix} \cos(\sigma) & \cos(\sigma + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\sigma - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\sigma - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\sigma) & \cos(\sigma + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\sigma + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\sigma - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\sigma) \end{bmatrix}$$

donde  $l_{ls}$  y  $l_{lr}$  son las inductancias de fuga del estator y rotor respectivamente, y  $l_m$  corresponde a la inductancia magnetizante.

Se puede observar que debido al desplazamiento angular del rotor, la matriz de inductancias mutuas es dependiente del tiempo. Para propósitos de simulación y diseño del controlador, se presentarán en las siguientes subsecciones la deducción de dos modelos del DFIG en un marco de referencia rotatorio  $dq0$ .



### 2.4.2. Transformación de un marco de referencia fijo $abc$ a un marco de referencia rotatorio $dq0$

El modelo del DFIG puede ser expresado en diferentes marcos de referencia rotatorios a través de transformaciones de coordenadas adecuadas, con la finalidad de eliminar la dependencia del tiempo de las variables variantes en el tiempo del sistema trifásico. En este trabajo, para propósitos de control, el DFIG se expresará en un marco de referencia sincrónicamente rotatorio y la deducción del par desarrollado, y las potencias activa y reactiva se mostrarán en esta subsección.

Se considera el nuevo marco de referencia mostrado en la Figura 2.9, donde, la componente  $d$  gira a la velocidad de sincronía.

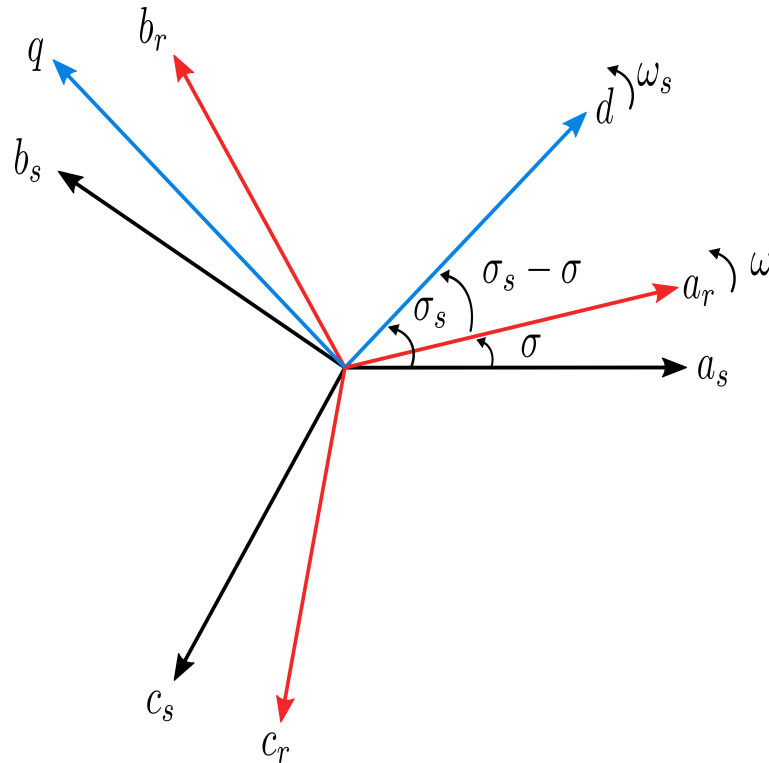


Figura 2.9: Diagrama esquemático de la transformación del marco de referencia  $abc$  a  $dq0$ .

Además,  $\sigma_s$  representa el ángulo entre la componente del estator  $a_s$ , y la componente  $d$  sincrónicamente rotatoria y está definido por  $\sigma_s = \sigma_{s0} + \int_0^t \omega_s(t) dt$  para una velocidad angular de operación fija, en donde  $\omega_s$  es la velocidad de sincronía. Por otro lado, el ángulo resultante entre  $\sigma_s - \sigma$  está definido por  $\sigma_s - \sigma = \int_0^t (\omega_s - \omega) dt + (\sigma_s(0) - \sigma(0))$ .

Para llevar a cabo la transformación del modelo del DFIG de un marco de referencia estacionario  $abc$  a un marco de referencia sincrónicamente rotatorio  $dq0$  se escogen matrices de transformación no singulares  $T_s$  y  $T_r$  tal que,

$$\begin{aligned} I_{sdq0} &= T_s I_{sabc} \\ V_{sdq0} &= T_s V_{sabc} \\ \Phi_{sdq0} &= T_s \Phi_{sabc} \end{aligned} \quad (2.27)$$

y

$$\begin{aligned} I_{rdq0} &= T_r I_{rabc} \\ V_{rdq0} &= T_r V_{rabc} \\ \Phi_{rdq0} &= T_r \Phi_{rabc} \end{aligned} \quad (2.28)$$

En donde  $T_s$  y  $T_r$  están definidas por

$$T_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\sigma_s) & \cos(\sigma_s - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\sigma_s - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\sigma_s) & -\sin(\sigma_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\sigma_s - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$T_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\sigma_s - \sigma) & \cos((\sigma_s - \sigma) - \frac{2\pi}{3}) & \cos((\sigma_s - \sigma) - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\sigma_s - \sigma) & -\sin((\sigma_s - \sigma) - \frac{2\pi}{3}) & -\sin((\sigma_s - \sigma) - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Aplicando las matrices de transformación  $T_s$  y  $T_r$  y sustituyendo (2.27) y (2.28) en (2.23)-(2.26) se tiene que las ecuaciones de voltajes y flujos del estator en el nuevo marco de referencia  $dq0$  están definidas por

$$V_{sdq0} = T_s(V_{sabc}) \quad (2.31)$$

$$V_{sdq0} = T_s(R_s I_{sabc} + \frac{d}{dt} \Phi_{sabc}) \quad (2.32)$$

$$V_{sdq0} = T_s R_s T_s^{-1} I_{sdq0} + T_s \frac{d}{dt} T_s^{-1} \Phi_{sdq0} \quad (2.33)$$

$$\Phi_{sdq0} = T_s L_s T_s^{-1} I_{sdq0} + T_s M T_r^{-1} I_{rdq0} \quad (2.34)$$

Igualmente, las ecuaciones de voltajes y flujos del rotor en el nuevo marco de referencia  $dq0$  están definidas por

$$V_{rdq0} = T_r (V_{rabc}) \quad (2.35)$$

$$V_{rdq0} = T_r (R_r I_{rabc} + \frac{d}{dt} \Phi_{rabc}) \quad (2.36)$$

$$V_{rdq0} = T_r R_r T_r^{-1} I_{rdq0} + T_r \frac{d}{dt} T_r^{-1} \Phi_{rdq0} \quad (2.37)$$

$$\Phi_{rdq0} = T_r L_r T_r^{-1} I_{rdq0} + T_r M^T T_s^{-1} I_{sdq0} \quad (2.38)$$

Reescribiendo el último término de la Ecuación de voltajes en el estator (2.33) y omitiendo la componente cero del nuevo marco de referencia se tiene que

$$T_s \frac{d}{dt} T_s^{-1} \Phi_{sdq0} = T_s \left\{ \frac{d}{dt} T_s^{-1} \Phi_{sdq0} + T_s^{-1} \frac{d}{dt} \Phi_{sdq0} \right\} \quad (2.39)$$

$$T_s \frac{d}{dt} T_s^{-1} \Phi_{sdq0} + \frac{d}{dt} \Phi_{sdq0} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} + \omega_s \begin{bmatrix} -\Phi_{sq} \\ \Phi_{sd} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Igualmente el último término la ecuación de voltajes en el rotor (2.37) se tiene que

$$T_r \frac{d}{dt} T_r^{-1} \Phi_{rdq0} = T_r \left\{ \frac{d}{dt} T_r^{-1} \Phi_{rdq0} + T_r^{-1} \frac{d}{dt} \Phi_{rdq0} \right\} \quad (2.41)$$

$$T_r \frac{d}{dt} T_r^{-1} \Phi_{rdq0} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} + (\omega_s - \omega) \begin{bmatrix} -\Phi_{rq} \\ \Phi_{rd} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Las ecuaciones de los flujos del estator y rotor en el nuevo marco de referencia  $dq$  están dados por

$$\Phi_{sdq0} = \begin{bmatrix} l_{ls} + \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & l_{ls} + \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} I_{sdq0} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} I_{rdq0} \quad (2.43)$$

$$\Phi_{rdq0} = \begin{bmatrix} l_{lr} + \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & l_{lr} + \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} I_{rdq0} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} I_{sdq0} \quad (2.44)$$

Por lo tanto, las ecuaciones de voltajes y flujos en las nuevas coordenadas están descritas por

$$V_{sdq0} = \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} + \omega_s \begin{bmatrix} -\Phi_{sq} \\ \Phi_{sd} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$V_{rdq0} = \begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} + (\omega_s - \omega) \begin{bmatrix} -\Phi_{rq} \\ \Phi_{rd} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\Phi_{sdq0} = \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{ls} + \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & l_{ls} + \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$\Phi_{rdq0} = \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{lr} + \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & l_{lr} + \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2}l_m & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}l_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Introduciendo la siguiente suposición  $L_s = l_{ls} + \frac{3}{2}l_m$ ,  $L_r = l_{lr} + \frac{3}{2}l_m$ , ya que ambos valores están referidos a las inductancias del estator y el rotor respectivamente [43] y  $M = \frac{3}{2}l_m$ , (2.47) y (2.48) se reescriben de la siguiente manera

$$\Phi_{sdq0} = \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$\Phi_{rdq0} = \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

El modelo (2.45)-(2.48) se puede expresar en la forma compacta de la siguiente manera

$$\frac{d\Phi_s}{dt} = -R_s I_s + \omega_s \mathfrak{J} \Phi_s + V_s \quad (2.51)$$

$$\frac{d\Phi_r}{dt} = -R_r I_r + \omega_r \mathfrak{J} \Phi_r + V_r \quad (2.52)$$

donde  $\Phi_r = [\Phi_{rd}, \Phi_{rq}]^T$  y  $\Phi_s = [\Phi_{sd}, \Phi_{sq}]^T$  son los vectores de flujo del estator y el rotor en los ejes  $d$  y  $q$  respectivamente;  $I_s = [I_{sd}, I_{sq}]^T$  y  $I_r = [I_{rd}, I_{rq}]^T$  son las corrientes del estator y el rotor en los ejes  $d$  y  $q$ ;  $V_s = [V_{sd}, V_{sq}]^T$  y  $V_r = [V_{rd}, V_{rq}]^T$  son los vectores de voltaje del estator y el rotor respectivamente;  $\omega_s$  y  $\omega_r$  son las velocidades angulares del estator y el rotor relacionadas de la siguiente manera;  $\omega_s = \omega + \omega_r$  donde  $\omega$  es la frecuencia angular eléctrica del generador de inducción doblemente alimentado y  $\mathfrak{J}$  es una matriz antisimétrica dada por  $\mathfrak{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ . Además,  $\omega_r = \omega_s - \omega$  donde  $\omega = p\omega_{rg} = pN\omega_{rt}$ ,  $\omega_s = 2\pi f_s$  y  $p$  es el número de polos. Entonces expresando los vectores de flujo del estator y el rotor  $\Phi_s$  en términos de los vectores de las corrientes del estator y el rotor  $I_s$  and  $I_r$  en eje  $d - q$  se tiene

$$\Phi_s = L_s I_s + M I_r \quad (2.53)$$

$$\Phi_r = L_r I_r + M I_s \quad (2.54)$$

donde  $L_s$ ,  $L_r$ , y  $M$  son las inductancias del estator, rotor y la inductancia mutua respectivamente. Además, el par electromagnético se puede escribir de la siguiente manera:

$$T_{em} = p M I_r^T \mathfrak{J} I_s \quad (2.55)$$

### 2.4.3. Modelo del DFIG de orden reducido expresado en dq

Ahora, aplicando un control de la orientación del campo del estator, es decir alineando el flujo del estator al eje- $d$  para desacoplar el control de las potencias activa y reactiva ( $P_s$ ,  $Q_s$ ) respectiva-

mente, se tiene que las corrientes de flujo de estator  $\Phi_s = \begin{bmatrix} \Phi_{sd}, & \Phi_{sq} \end{bmatrix}^T$  están dadas por:

$$\Phi_{sd} = \|\Phi_s\|, \quad \Phi_{sq} = 0 \quad (2.56)$$

donde  $\|\Phi_s\|$  es la norma del vector  $\Phi_s$ .

**A1.** Se considera que los voltajes y la frecuencia se mantienen aproximadamente constantes y la resistencia del estator se desprecia, i.e.  $R_s = 0$ .

**Observación 3** La suposición de que la resistencia del estator se desprecia es una suposición realista para máquinas de potencia media [44].

Entonces  $\Phi_{sd} = \|\Phi_s\|$  se vuelve constante,  $\Phi_{sq} = 0$  y de A1 se tiene que  $\omega_s \mathcal{J} \Phi_s + V_s = 0$  los componentes de voltaje del estator  $V_s = \begin{bmatrix} V_{sd}, & V_{sq} \end{bmatrix}^T$  están dados por:

$$V_{sd} = 0, \quad V_{sq} = \omega_s \|\Phi_s\| = \|V_s\| \quad (2.57)$$

De (2.53), y (2.56) podemos escribir

$$\Phi_s = \|\Phi_s\| \Psi = L_s I_s + M I_r \quad (2.58)$$

donde  $\Psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ , las ecuaciones que conectan las corrientes del estator con las del rotor se escriben como:

$$I_s = -\frac{M}{L_s} I_r + \frac{\|\Phi_s\|}{L_s} \Psi \quad (2.59)$$

Reemplazando el flujo y las corrientes del estator en (2.54) por (2.59) se tiene

$$\Phi_r = \sigma L_r I_r + \|\Phi_s\| \frac{M}{L_s} \Psi \quad (2.60)$$

donde  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_r L_s}$ . Entonces, reemplazando (2.60) en (2.52) el vector de las derivadas de las corrientes de rotor  $I_r$  está dado por

$$\frac{dI_r}{dt} = \frac{1}{\sigma L_r} \left( V_r - R_r I_r + \omega_r \sigma L_r \mathcal{J} I_r - \omega_r \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\| \Upsilon \right) \quad (2.61)$$

donde  $\Upsilon = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ . Por lo tanto, el par electromagnético se puede reescribir de la siguiente manera

$$T_{em} = -p \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\| I_{rq} \quad (2.62)$$

Finalmente se tiene que la potencia activa y reactiva del estátor ( $P_s, Q_s$ ) se representa como:

$$\begin{aligned} P_s &= -\frac{\|V_s\| M}{L_s} I_{rq} \\ Q_s &= -\frac{\|V_s\| M}{L_s} I_{rd} + \frac{\|V_s\|^2}{\omega_s L_s} \end{aligned} \quad (2.63)$$

De acuerdo a (2.62) y (2.63) se concluye que la potencia activa del estator y el par electromagnético dependen directamente de la corriente de cuadratura del rotor mientras que la potencia reactiva del estator depende de la corriente de directa del rotor.

#### 2.4.4. Modelo completo turbina-generador

El modelo matemático completo que describe el comportamiento de una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado está dado por:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.64)$$

donde  $x = [\omega_{rt}, I_{rd}, I_{rq}]^T$  es el vector de estados,  $u = [V_{rd}, V_{rq}]^T$  es el vector de entradas y  $y = [\omega_{rt}, I_{rd}]^T$  es la salida medible del sistema con

$$f(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_t} (T_a + pN \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\| I_{rq}) \\ -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} + \omega_r I_{rq} \\ -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} - \omega_r (I_{rd} + \frac{1}{\sigma L_r} \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\|) \end{pmatrix} \quad g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\sigma L_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_r} \end{pmatrix}$$

El sistema anterior se puede representar en dos subsistemas de la siguiente manera

$$\begin{pmatrix} \frac{d\omega_{rt}}{dt} \\ \frac{dI_{rq}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_t} (T_a + p N \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\| I_{rq}) \\ -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} - \omega_r (I_{rd} + \frac{1}{\sigma L_r} \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\|) + \frac{V_{rq}}{\sigma L_r} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

y

$$\frac{dI_{rd}}{dt} = -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} + \omega_r I_{rq} + \frac{V_{rd}}{\sigma L_r} \quad (2.66)$$

Se puede observar que el modelo resultante de la turbina eólica de velocidad variable es un sistema no lineal interconectado con dinámicas fuertemente acopladas, las cuales serán utilizadas para el diseño de las leyes de control basadas en la técnica de modos deslizantes, que permitirán lograr los objetivos de control.

## 2.5. Conclusiones

En este capítulo se describieron los modelos matemáticos de los subsistemas aerodinámico, mecánico y eléctrico de una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado, partiendo de los modelos generales hasta obtener modelos reducidos, los cuales, permiten facilitar el análisis de la controlabilidad y posteriormente diseñar controladores que permitan cumplir los objetivos de control.



## Capítulo 3

# Diseño de controles para la TEVV

### 3.1. Introducción

En este capítulo se introducirán definiciones y conceptos básicos de la teoría de control no lineal. Además, se definirán los objetivos particulares de control para una turbina eólica de velocidad variable de 1.5 MW operando en la Región 2.

Por otra parte, debido a las no linealidades, fuertes acoplamientos, dinámicas no modeladas e incertidumbres que se presentan en los subsistemas aerodinámico, mecánico y eléctrico, se diseñarán e implementarán algoritmos de control no lineales robustos que permitirán alcanzar los objetivos de control a pesar de estas restricciones. Particularmente, las técnicas de control no lineal tales como el control Backstepping, el cuál asegura convergencia asintótica, y el control por modos deslizantes Super Twisting, el cual asegura convergencia en tiempo finito.

Finalmente, se presentará una ley de adaptación para las ganancias del control por modos deslizantes Super Twisting, la cual en comparación con algoritmos propuestos en la literatura, contiene un número menor de parámetros de los cuales depende la ley de adaptación, preservando las características del control por modos deslizantes Super Twisting.

## 3.2. Controlabilidad

La controlabilidad es una propiedad de los sistemas que permite saber si es posible llevar al sistema de un estado inicial  $x_0(t)$  a cualquier estado final  $x_f(t)$  mediante un vector de control sin restricciones, en un intervalo de tiempo finito.

Esta propiedad determina la existencia de una solución completa para un problema de diseño de control. A continuación, se estudiará esta propiedad tanto para sistemas lineales como para sistemas no lineales.

### 3.2.1. Controlabilidad de sistemas lineales

Considere el siguiente sistema invariante en el tiempo

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  representa el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  la entrada,  $y \in \mathbb{R}^p$  la salida, las matrices  $A, B, C$  y  $D$  son matrices de dimensiones compatibles.

**Definición 3.1** El sistema (3.1) es controlable, si para cualquier estado inicial  $x(0) = x_0$  y cualquier estado final  $x_f$ , existe una entrada que transfiere el estado  $x$ , desde  $x_0$  hasta  $x_f$ , en un tiempo finito. En caso contrario, el sistema es no controlable.

Otra metodología utilizada para verificar la propiedad de controlabilidad en sistemas lineales, está basada en el criterio de Kalman de controlabilidad. De acuerdo con el criterio de Kalman de controlabilidad, se dice que el sistema (3.1) es controlable, si y solo si, la matriz  $[\mathfrak{C}_{A,B}]$

$$\mathfrak{C}_{A,B} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

es de rango completo, i.e.,  $\text{rank}([\mathfrak{C}_{A,B}]) = n$ , donde  $n$  es la dimensión del sistema.

### 3.2.2. Controlabilidad en sistemas no lineales

Considere la siguiente clase de sistema no lineal

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.2)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  representa el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  la entrada,  $y \in \mathbb{R}^p$  la salida, las funciones  $f(x)$ ,  $g(x)$  y  $h(x)$  son funciones suaves.

**Definición 3.2** El sistema (3.2), es controlable si la matriz  $[\mathfrak{C}_{f,g}]$

$$\mathfrak{C}_{f,g} = \begin{bmatrix} g(x) & ad_f g(x) & ad_f^2 g(x) & \cdots & ad_f^{n-1} g(x) \end{bmatrix}$$

donde

$$ad_f g = \frac{\partial g(x)}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f(x)}{\partial x} g(x)$$

es de rango completo, i.e.,  $rank([\mathfrak{C}_{f,g}]) = n$ , donde  $n$  es la dimensión del sistema.

## 3.3. Controladores no lineales

A continuación se introduce la teoría de las técnicas de control Backstepping, Super Twisting y Super Twisting adaptable

### 3.3.1. Control Backstepping

El control Backstepping es una técnica sistemática y recursiva, cuyo principio fundamental de control se basa en seleccionar funciones compuestas de las variables de estado como control virtual para un subsistema de primer orden. Después, dicho control virtual se diseña tal que la estabilidad del subsistema sea garantizada mediante una función de Lyapunov. Así, después de cada etapa del backstepping se obtiene un nuevo control virtual, en función del control virtual anterior, hasta que en la última etapa del diseño del controlador se obtiene el control real. Por lo

tanto, para demostrar la estabilidad de todo el sistema basta con sumar todas las funciones de Lyapunov propuestas en cada etapa del diseño del controlador.

A continuación se representa el desarrollo del control Backstepping para la siguiente clase de sistemas en la forma

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1) + x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_2) + u \\ f(0) &= 0\end{aligned}\tag{3.3}$$

en donde  $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$  es el vector de estados,  $u$  es el vector de control y  $x_1 = 0$  y  $x_2 = 0$  son los puntos de equilibrio del sistema. Se considera que la salida del sistema siga una señal de referencia.

Se define el error de seguimiento de la siguiente manera

$$z_1 = x_1 - x_1^*\tag{3.4}$$

Introduciendo las nuevas variables se tiene que

$$\xi_1 = x_1, \quad \alpha_0 = x_1^*$$

donde  $x_1^*$  representa la señal de referencia deseada para el estado  $x_1$ . Derivando con respecto al tiempo  $z_1$  se tiene que

$$\dot{z}_1 = f_1(x_1) + x_2 - \dot{\alpha}_0\tag{3.5}$$

Si se definen las siguientes variables

$$\xi_2 = f_1(x_1) + x_2, \quad \alpha_1 = -\dot{\alpha}_0$$

La dinámica del error  $z_1$  se reescribe de la siguiente manera

$$\dot{z}_1 = \xi_2 + \alpha_1 \quad (3.6)$$

Para analizar la dinámica del error de seguimiento  $z_1$  se considera la siguiente función candidata de Lyapunov,  $V_1 = \frac{1}{2}z_1^2$  y se definen las siguientes variables

$$\beta_1 = -k_1 z_1 - \alpha_1, \quad z_2 = \xi_2 - \beta_1 \quad (3.7)$$

Tomando la primer derivada con respecto al tiempo de la función de Lyapunov  $V_1$  y sustituyendo (3.7) en (3.6) se tiene que

$$\dot{V}_1 = z_1 z_2 - k_1 z_1^2 \quad (3.8)$$

donde  $k_1 > 0$ . Continuando con la metodología del control Backstepping se calcula la derivada con respecto al tiempo de  $z_2$  dada por

$$\dot{z}_2 = \dot{f}_1(x_1) + f_2(x_2) + u - \dot{\beta}_1 \quad (3.9)$$

Introduciendo la nueva variable  $\beta_2 = \dot{f}_1(x_1) + f_2(x_2) - \dot{\beta}_1$ . La ecuación (3.9) se reescribe de la siguiente manera

$$\dot{z}_2 = \beta_2 + u \quad (3.10)$$

Para analizar la dinámica de  $z_2$  se considera la siguiente función candidata de Lyapunov.

$$V(z_1, z_2) = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2 \quad (3.11)$$

Tomando la primer derivada con respecto al tiempo de  $V(z_1, z_2)$  se tiene que

$$\dot{V}(z_1, z_2) = z_1 z_2 - k_1 z_1^2 + z_2(\beta_2 + u) \quad (3.12)$$

Para asegurar que la función de Lyapunov sea negativa definida, la ley de control  $u$ , se debe seleccionar como sigue

$$u = -\beta_2 - z_1 - k_2 z_2 \quad (3.13)$$

Utilizando la ley de control (3.13) y reescribiendo (3.12) se tiene que

$$\dot{V}(z_1, z_2) = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 < 0 \quad (3.14)$$

Entonces, bajo la acción de control  $u$  de (3.13), el estado  $x_1$  seguirá la referencia deseada  $x_1^*$

### 3.3.2. Control por modos deslizantes

A pesar del desarrollo exitoso de estrategias de control robustas, tales como Backstepping y el control adaptativo [23], el enfoque por modos deslizantes es la opción más adecuada para trabajar con incertidumbres no paramétricas y dinámicas no modeladas. Esto es gracias a las ventajas del control por modos deslizantes, tales como la propiedad de insensibilidad a perturbaciones/incertidumbres acotadas, alta precisión y convergencia en tiempo finito.

Sin embargo, la técnica estándar del control por modos deslizantes conocida como control por modos deslizantes de primer orden, por sus siglas en inglés FOSM, está limitada a algunas condiciones, tales como la restricción de las superficies deslizantes a ser de grado relativo 1 respecto a la señal de control y que la propiedad de insensibilidad es únicamente para perturbaciones acotadas que actúan sobre el canal de entrada de control. Además, este control muestra oscilaciones de alta frecuencia debido a la conmutación del control, el cuál, puede ser peligroso para aplicaciones de control en las turbinas eólicas de velocidad variable, ya que puede ocasionar pares mecánicos abruptos, los cuales pueden dañar la vida útil de los componentes.

Para atenuar las oscilaciones de alta frecuencia se han propuesto diferentes métodos de control, tales como control de alta ganancia con saturación y el método del sector deslizante [23]. Sin embargo, la precisión y la robustez de los modos deslizantes se perdieron parcialmente.

Por otro lado, los modos deslizantes de alto orden por sus siglas en inglés HOSM actúan en las derivadas de alto orden de las superficies deslizantes en vez de actuar en las derivadas de primer orden tal como pasa en la técnica de modos deslizantes estándar, lo cual ayuda a reducir

las oscilaciones de alta frecuencia y mantiene la alta precisión. Particularmente, el algoritmo de control Super Twisting mejor conocido como algoritmo de segundo orden presentado en [45] ha sido utilizado exhaustivamente para resolver problemas de control, estimación, y diferenciación robusta [46–49].

### 3.3.3. Control Super Twisting simplificado

Las principales ventajas del algoritmo Super Twisting sobre las estrategias de control clásicas basadas en modos deslizantes, tales como convergencia en tiempo finito, robustez (la clase de perturbaciones para las cuales se puede establecer la estabilidad en tiempo finito son más, ya que se permiten perturbaciones que no actúan únicamente sobre la entrada de control) y la atenuación de oscilaciones de alta frecuencia vuelven a este control adecuado para lograr los objetivos de control en las turbinas eólicas de velocidad variable [12, 50].

A continuación, se propone una metodología de control por modos deslizantes basada en el algoritmo Super Twisting, la cual es una versión simplificada de [51] en donde se reduce el número de parámetros para sintonizar las ganancias del controlador preservando la robustez del algoritmo Super Twisting. Además, mediante una función cuadrática de Lyapunov se obtendrán condiciones suficientes para asegurar la convergencia en tiempo finito del sistema en lazo cerrado bajo la acción de la estrategia de control propuesta.

Se considera la siguiente clase de sistemas no lineales con incertidumbres en la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x) + \rho_1 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x) + g_2(x)u + \rho_2 \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{3.15}$$

donde  $x_1$  y  $x_2$  son los estados del sistema,  $u$  y  $y$  representan la entrada y la salida del sistema respectivamente,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  y  $g_2(x)$  son funciones no lineales suaves  $\rho_1$  son las incertidumbres que no actúan sobre la entrada de control y  $\rho_2$  representa las incertidumbres que actúan sobre

la entrada de control, las cuales incluyen las variaciones paramétricas, dinámicas no modeladas, perturbaciones externas, y el vector  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

Se introducen las siguientes suposiciones

**A2.** Las funciones  $f_i(x)$ ,  $i=1,2$ ; y  $g_2(x)$  son Lipschitz respecto a  $x$ . Ahora, para el diseño del control del algoritmo Super Twisting se considera la siguiente superficie deslizante

$$s = c_1 e_1 + e_2 \quad (3.16)$$

donde  $e_1 = x_1 - x_1^*$  y  $e_2 = \dot{x}_1 - \dot{x}_1^*$ , con  $x_1^*$  es la referencia deseada para  $x_1$ ,  $c_1 > 0$ . Tomando la primer derivada de la variable deslizante  $s$  se deduce que

$$\dot{s} = c_1 f_1(x) + f_2(x) + g_2(x)u + \rho - c_1 \dot{x}_1^* - \ddot{x}_1^* \quad (3.17)$$

donde  $\rho = c_1 \rho_1 + \rho_2$ .

**A3.** La incertidumbre  $\rho$  y su derivada  $\dot{\rho} = \gamma$  son acotadas, es decir, existen constantes positivas conocidas  $C_1$  y  $C_2$  tales que

$$|\rho| \leq C_1, \quad |\gamma| \leq C_2.$$

**A4.** Todas las variables de estado están disponibles para el diseño del control.

Escogiendo la entrada del control como

$$u = \frac{1}{g_2(x)} \{-c_1 f_1(x) - f_2(x) + c_1 \dot{x}_1^* + \ddot{x}_1^* + v\} \quad (3.18)$$

donde  $v$  es el nuevo control dado por

$$v = -2\mathcal{L}|s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) - \frac{\mathcal{L}^2}{2} \int_0^t \text{sign}(s) d\tau \quad (3.19)$$

donde  $\mathcal{L} > 0$  es la ganancia del controlador y  $g(x) \neq 0$ , entonces, la dinámica de la superficie



deslizante está dada por

$$\dot{s} = v + \rho \quad (3.20)$$

o equivalentemente

$$\dot{s} = -2\mathcal{L}|s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) - \frac{\mathcal{L}^2}{2} \int_0^t \text{sign}(s) d\tau + \rho \quad (3.21)$$

Escogiendo el siguiente cambio de coordenadas

$$\begin{aligned} z_1 &= s \\ z_2 &= -\frac{\mathcal{L}^2}{2} \int_0^t \text{sign}(s) d\tau + \rho \end{aligned} \quad (3.22)$$

El sistema en lazo cerrado de la ecuación (3.22) en las nuevas coordenadas está dado por

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -2\mathcal{L}|z_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_1) + z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\frac{\mathcal{L}^2}{2} \text{sign}(z_1) + \gamma \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde  $\gamma = \dot{\rho}$ .

Entonces, la convergencia en tiempo finito del sistema en lazo cerrado con el controlador Super Twisting ecuaciones (3.18)-(3.19) se puede establecer de la siguiente manera:

**Proposición 1.** Se considera el sistema en la ecuación (3.15) y que las suposiciones A2, A3 y A4 se cumplen. Entonces, el sistema en la ecuación (3.15) en lazo cerrado bajo la acción del controlador Super Twisting ecuaciones (3.18)-(3.19) es tal que el error de seguimiento, converge en tiempo finito a 0, para  $\mathcal{L} > 0$  suficientemente grande.

**Observación 4.** Se puede observar que en el diseño del control Super Twisting las ganancias están parametrizadas en términos de una sola ganancia  $\mathcal{L}$ , lo cual permite una fácil sintonización e implementación.

Demostración:

Se considera el siguiente cambio de coordenadas

$$\begin{aligned}\xi_1 &= |z_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_1) \\ \xi_2 &= z_2\end{aligned}\tag{3.24}$$

Por lo tanto, el sistema dinámico dado en la ecuación (3.23) se puede escribir en términos de las nuevas coordenadas como

$$\dot{\xi}_1 = \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} \{(A - KC)\xi + \Gamma\}\tag{3.25}$$

en donde  $\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 \end{bmatrix}^T$  es el vector de estados y  $K = S_x^{-1}C^T$  es la ganancia del controlador donde  $S_x$  es la matriz solución positiva definida de la ecuación algebraica de Lyapunov por sus siglas en inglés ALE.

$$\mathcal{L}S_x + A^T S_x + S_x A - C^T C = 0\tag{3.26}$$

Analizando la convergencia del error de seguimiento a 0, se considera la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\xi) = \xi^T S_x \xi\tag{3.27}$$

la cual es cuadrática y positiva definida en las nuevas coordenadas. Se puede notar que  $V(\xi)$  es continua en cualquier punto y continuamente diferenciable en cualquier punto excepto en el conjunto  $\zeta = \{(\xi_1, \xi_2) \in R^2 | \xi_1 = 0\}$ .

Ya que las trayectorias del sistema no pueden permanecer en el conjunto  $\zeta$  antes de alcanzar el origen, la derivada respecto al tiempo de  $V$  se puede calcular de la forma tradicional en cualquier punto excepto cuando las trayectorias interceptan el conjunto  $\zeta$ .

Si las trayectorias alcanzan el origen después de un tiempo  $T$ , entonces, estas permanecerán ahí. Tomando la derivada respecto al tiempo de  $V(\xi)$  a lo largo de las trayectorias de la ecuación (3.25) se deduce que

$$\dot{V}(\xi) \leq \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} [-\mathcal{L}\xi^T S_x \xi + 2\xi^T S_x \Gamma]\tag{3.28}$$

De A3 i.e.  $\|\Gamma\| \leq \vartheta \|\xi\|$ , para  $\vartheta > 0$  y tomando la norma del término no lineal  $2\xi^T S_x \Gamma$  se tiene que

$$\dot{V}(\xi) \leq -\frac{\mathcal{L}}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} V(\xi) + \frac{1}{|z_1|^{\frac{1}{2}}} \|S_x\| \vartheta \|\xi\|^2 \quad (3.29)$$

Partiendo del hecho de que existen constantes positivas definidas  $\lambda_{min}(S_x)$  y  $\lambda_{max}(S_x)$  tal que

$$\lambda_{min}(S_x) \|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{max}(S_x) \|\xi\|^2$$

y tomando en cuenta que la desigualdad  $|z_1|^{\frac{1}{2}} \leq \|\xi\| \leq \left\{ \frac{V(\xi)}{\lambda_{max}(S_x)} \right\}^{\frac{1}{2}}$  se satisface, se deduce que

$$\dot{V}(\xi) \leq -\frac{(\mathcal{L} - \mu)}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} V(\xi) \quad (3.30)$$

donde  $\mu = \frac{2\|S_x\|\vartheta}{\lambda_{min}(S_x)}$ . Entonces, se deduce que

$$\dot{V}(\xi) \leq -\delta V(\xi)^{\frac{1}{2}} \quad (3.31)$$

donde  $\delta = \frac{\mathcal{L} - \mu}{2\lambda_{min}^{\frac{1}{2}}(S_x)}$ . Escogiendo  $\mathcal{L}$  suficientemente grande, tal que la desigualdad  $\mathcal{L} > \mu$  se cumple, entonces  $\dot{V}(\xi)$  es definida negativa. Esto muestra que  $V(\xi)$  es una función estricta de Lyapunov y que las trayectorias convergen en tiempo finito.

Para estimar el tiempo de convergencia se puede observar que la solución de la ecuación diferencial  $\dot{v} = -\delta v^{\frac{1}{2}}$ ,  $v(0) = v_0$ ; está dada por  $v(t) = \left\{ v_0^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\delta t \right\}^2$ .

Por el principio de comparación [52] que  $V(\xi) < v(t)$  cuando  $V(\xi(0)) < v_0$  entonces,  $\xi$  converge a 0 en tiempo finito y alcanza ese valor en el tiempo dado por

$$T = \frac{2V(\xi(0))^{\frac{1}{2}}}{\delta}$$

Por lo tanto, el estado  $\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 \end{bmatrix}^T$  converge a 0 en tiempo finito, lo cuál implica que los estados  $z_1$  y  $z_2$  también convergen a 0 en tiempo finito. Como resultado,  $s$  y su derivada respecto al tiempo  $\dot{s} = -2\mathcal{L}|z_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_1) + z_2$  tienden a 0.

### 3.4. Control Super Twisting Adaptable Simplificado

Como fue mencionado en secciones anteriores, el algoritmo Super Twisting ha sido extensamente utilizado para dar solución a problemas de control, observación y diferenciación robusta, debido a sus ventajas tales como: convergencia en tiempo finito, robustez ante dinámicas no modeladas e incertidumbres/perturbaciones acotadas y la atenuación de oscilaciones de alta frecuencia.

Se han propuesto diferentes metodologías para la sintonización de las ganancias, sin embargo, es necesario conocer las cotas de las perturbaciones así como las de su derivada para poder determinar las ganancias adecuadas para lograr los objetivos de control. En muchos de los casos las perturbaciones son desconocidas o variantes en el tiempo, por lo tanto, se requieren valores de las ganancias suficientemente grandes para contrarrestar el efecto de la perturbación en el sistema, lo que lleva a la sobreestimación de las ganancias. En consecuencia, se induce un control muy energético, lo cual incrementa las oscilaciones de alta frecuencia. Este inconveniente es una de las razones principales por las que se han desarrollado leyes de adaptación para las ganancias. En la literatura se han propuesto controladores con ganancias adaptables basadas en una función de Lyapunov, sin embargo, estas estrategias requieren la selección de valores de un gran número de parámetros para satisfacer la ley de adaptación, además, las metodologías de selección de los parámetros no es clara. En este trabajo se propone una nueva versión del algoritmo Super Twisting Adaptable para una cierta clase de sistemas no lineales, en donde la ley de adaptación depende únicamente de dos parámetros preservando las ventajas del algoritmo Super Twisting tal como la convergencia en tiempo finito a cero de la variable deslizante y su derivada.

Se considera la siguiente clase de sistemas no lineales en la forma

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (3.32)$$

en donde  $x \in R^n$  es el vector de estados,  $u \in R$  es la entrada de control. Las funciones  $f(x, t)$  y  $g(x, t)$  son funciones suficientemente suaves inciertas, en donde  $f(x, t)$  contiene los términos no medibles de perturbación y  $g(x, t) \neq 0$ .

A continuación se presentan las siguientes suposiciones:

**A5.** Se diseña una variable deslizante  $s = s(x, t)$  tal que las dinámicas deseadas de (3.32) se cumplen cuando  $s(x, t) = 0$ . Además el sistema (3.32) permite un grado relativo igual a uno, respecto a la variable deslizante diseñada y la dinámica interna es estable.

**A6.** Las dinámicas de la variable deslizante están descritas como

$$\dot{s} = a_0(x) + b_0(x)u + \rho(t) \quad (3.33)$$

en donde  $a_0(x)$  y  $b_0(x)$  son funciones conocidas y  $\rho(t)$  representa las incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas.

Se considera la siguiente retroalimentación de estado definida como

$$u = \frac{1}{b_0(x)}(-a_0(x) + v) \quad (3.34)$$

la cuál linealiza las dinámicas de la variable deslizante, cuando no existen términos de perturbación/incertidumbre y la nueva entrada de control  $v$  está dada por

$$v = -2L(t)|s|^{1/2} \operatorname{sign}(s) - \int_0^t \frac{L^2(\tau)}{2} \operatorname{sign}(s) d\tau \quad (3.35)$$

Por lo tanto, el controlador está basado en el algoritmo Super Twisting [23], donde  $L(t)$  es la ganancia variante en el tiempo que será sintonizada, de acuerdo a una ley de adaptación. Bajo la acción del controlador (3.34)-(3.35) se tiene que la dinámica de la variable deslizante  $s(x, t)$  está dada por

$$\dot{s} = -2L(t)|s|^{1/2} \operatorname{sign}(s) - \int_0^t \frac{L(\tau)^2}{2} \operatorname{sign}(s) d\tau + \rho(t) \quad (3.36)$$

Se puede observar que el controlador (3.35) depende únicamente de la ganancia  $L(t)$ , lo cuál simplifica la sintonización preservando los grados de libertad. A continuación se considera el siguiente cambio de coordenadas dado por

$$\begin{aligned} z_1 &= s \\ z_2 &= - \int_0^t \frac{L^2(\tau)}{2} \text{sign}(s) d\tau \end{aligned} \quad (3.37)$$

Por lo tanto, el sistema (3.37) en lazo cerrado en las nuevas coordenadas, está dado por

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -2L(t) |z_1|^{1/2} \text{sign}(z_1) + z_2 + \rho(t) \\ \dot{z}_2 &= -\frac{L^2(t)}{2} \text{sign}(z_1) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Ahora, para representar el sistema (3.38) en una forma conveniente para un análisis de Lyapunov se considera el siguiente cambio de coordenadas

$$\begin{aligned} \xi_1 &= |z_1|^{1/2} \text{sign}(z_1) \\ \xi_2 &= \frac{z_2}{L(t)} \end{aligned} \quad (3.39)$$

en donde  $L(t) \geq L^* > 0$ . Por lo tanto, del sistema (3.38) se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \frac{L(t)}{2|\xi_1|} (-2\xi_1 + \xi_2) + \rho \\ \dot{\xi}_2 &= \frac{L(t)}{2|\xi_1|} (-\xi_1) - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \xi_2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

Ahora, el siguiente resultado acerca de la convergencia en tiempo finito del sistema en lazo cerrado con el controlador Super Twisting adaptable (3.34)-(3.35) se puede establecer de la siguiente manera.

**A7.** La perturbación  $\rho(t)$  está acotada por un límite superior  $\rho_M$  i.e. Existe un  $\rho_M > 0$  tal que  $|\rho(t)| \leq \rho_M$ .

Entonces, de A7, se tiene que (3.33) se puede reescribir como

$$\dot{\xi} = \frac{L(t)}{2|\xi_1|}(\mathbf{A} - \mathbf{S}_{\infty}^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{C})\xi - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\xi + \mathbf{C}^T\rho \quad (3.41)$$

con

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{\infty} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

en donde  $\mathbf{S}_{\infty}$  es una matriz solución simétrica definida positiva de la ecuación algebraica de Lyapunov

$$\mathbf{S}_{\infty} + \mathbf{A}^T\mathbf{S}_{\infty} + \mathbf{S}_{\infty}\mathbf{A} - \mathbf{C}^T\mathbf{C} = 0 \quad (3.42)$$

Considerando el modos deslizantes de segundo orden de [53] el cual cumple  $|s| \leq \mu_1$  y  $|\dot{s}| \leq \mu_2$  y la siguiente definición.

**Definición 1** Considerando el sistema (3.41) y suponiendo modos deslizantes de segundo orden. Existe un  $\mu^* > 0$  y  $V_{(\xi)} = \xi^T \mathbf{S}_{\infty} \xi$  tal que  $\xi \in \Omega^*$  con  $\Omega^* = \{\xi \mid V_{(\xi)} < \mu^*\}$

El tamaño del dominio  $\Omega^*$  del modo deslizante de segundo orden real determina la precisión práctica de la ley de adaptación de la ganancia . Como se muestra en la Figura 3.1, debido a la ley de adaptación de la ganancia y dado que, las perturbaciones e incertidumbres son desconocidas, la ganancia puede ser demasiado pequeña en comparación con las perturbaciones e incertidumbres; el sistema de control permite que las trayectorias puedan abandonar el dominio  $\Omega^*$  para alcanzar un dominio más grande  $\Omega^+$  en tiempo finito. Una vez que las trayectorias alcanzan el dominio  $\Omega^+$  las trayectorias vuelven al dominio  $\Omega^*$  en el momento en que la adaptación de la ganancia compensa los efectos de la perturbación. (Véase Figura 3.1)

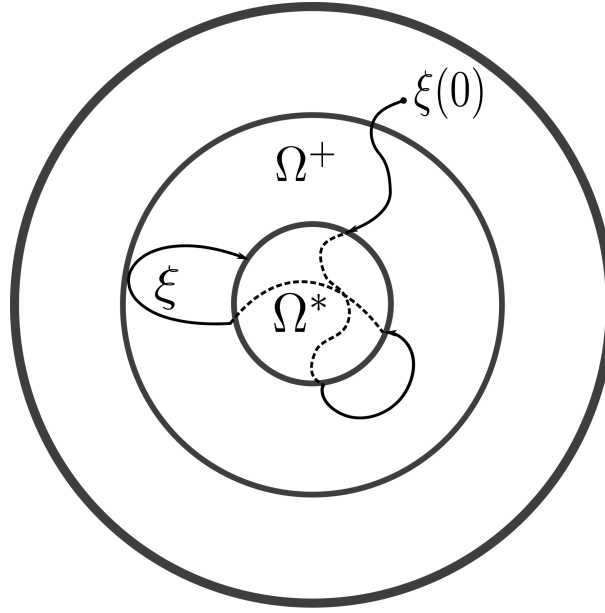


Figura 3.1: Trayectorias del sistema.

**Teorema 2.1** Se considera el sistema no lineal incierto (3.33) y que la perturbación de  $\rho(t)$  satisface **A7**. Entonces, el modo deslizante de segundo orden se establece bajo la acción de la ley de control

$$u = \frac{1}{b_0(x)} \left[ -a_0(x) - 2L(t)|s|^{1/2} \text{sign}(s) - \int_0^t \frac{L^2(\tau)}{2} \text{sign}(s(\tau)) d\tau \right] \quad (3.43)$$

en donde la ley de adaptación ( $L(0) > L_*$ ) está dada por:

$$\dot{L}(t) = \begin{cases} \frac{-\frac{k}{\sqrt{2}}|L(t) - L^*| + \frac{L(t)}{2}|s|^{1/2}}{(L(t) - L^*) + \frac{2}{L^2(t)} \left( |s|^{1/2} \text{sign}(s) + \frac{1}{L(t)} \int_0^t L^2(\tau) \text{sign}(s(\tau)) d\tau \right) \left( -\int_0^t \frac{L^2(\tau)}{2} \text{sign}(s(\tau)) d\tau \right)} \end{cases} \quad (3.44)$$

si  $L(t) \geq L^*$  y

$$\dot{L}(t) = \{L^* \quad (3.45)$$

si  $L(t) < L^*$ , donde  $L^* > 0$  y  $k > 0$  definidas tal que  $k < \sqrt{2}(\bar{L}_{\eta_1} - \eta_2)$ , con



$$\begin{aligned}
\eta_1 &= \frac{\lambda_{max}^{1/2}(\mathbf{S}_\infty)}{2} \\
\eta_2 &= \frac{\|\mathbf{S}_\infty \mathbf{C}^T\| \rho_M}{\lambda_{min}^{1/2}(\mathbf{S}_\infty)} \\
\bar{L} &> \frac{\eta_2}{\eta_1}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

El parámetro  $L^*$  se introduce para lograr valores positivos de  $L(t)$  y puede ser ajustada arbitrariamente pequeña.

**Prueba.** El primer paso consiste en demostrar que el sistema (3.41) converge al origen. Para este fin se considera la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_{(\xi, L)} = \xi^T \mathbf{S}_\infty \xi + \frac{1}{2} (L(t) - L^*)^2 \tag{3.47}$$

con

$$V_{(\xi)} = \xi^T \mathbf{S}_\infty \xi, \quad V_{(L)} = \frac{1}{2} (L(t) - L^*)^2$$

Tomando la derivada respecto al tiempo de la función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema (3.41) se tiene que

$$\dot{V}_{(\xi, L)} = \frac{L(t)}{2|\xi_1|} [-\xi^T \mathbf{S}_\infty \xi - \xi^T \mathbf{C}^T \mathbf{C} \xi] + 2\xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{C}^T \rho + \dot{L}(t) \left( (L(t) - L^*) - \frac{2}{L(t)} \xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi \right) \tag{3.48}$$

La función  $V(\xi)$  satisface las siguientes desigualdades

$$\lambda_{min}(\mathbf{S}_\infty) \|\xi\|^2 \leq V_{(\xi)} \leq \lambda_{max}(\mathbf{S}_\infty) \|\xi\|^2 \tag{3.49}$$

en donde  $\lambda_{min}(\mathbf{S}_\infty)$  y  $\lambda_{max}(\mathbf{S}_\infty)$  son los valores propios mínimos y máximos de la matriz respectivamente. Por lo tanto, se deduce que

$$|\xi_1| \leq \|\xi\| \leq \frac{V_{(\xi)}^{1/2}}{\lambda_{min}^{1/2}(\mathbf{S}_\infty)} \tag{3.50}$$

Tomando en cuenta **A7** i.e  $|\rho| \leq \rho_M$  y las ecuaciones (3.48) y (3.49) se tiene que

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -L(t)\eta_1 V_{(\xi)}^{1/2} - \frac{L(t)}{2} |\xi_1| + \eta_2 V_{(\xi)}^{1/2} + \dot{L}(t) \left[ (L(t) - L^*) - \frac{2}{L(t)} \xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi \right] \quad (3.51)$$

con:  $\eta_1 = \frac{\lambda_{max}^{1/2}(\mathbf{S}_\infty)}{2}$ ,  $\eta_2 = \frac{\|\mathbf{S}_\infty \mathbf{C}^T\| \rho_M}{\lambda_{min}^{1/2}(\mathbf{S}_\infty)}$

Sumando y restando el término  $\frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*|$  en (3.51) se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{V}_{(\xi,L)} \leq & -\{L(t)\eta_1 - \eta_2\} V_{(\xi)}^{1/2} - \frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*| - \frac{L(t)}{2} |\xi_1| + \dot{L}(t) \left[ (L(t) - L^*) - \frac{2}{L(t)} \xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi \right] \\ & + \frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*| \end{aligned} \quad (3.52)$$

Por lo tanto, reescribiendo la ecuación se tiene que

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Psi V_{(\xi)}^{1/2} - \frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*| + \frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*| \frac{L(t)}{2} |\xi_1| + \dot{L}(t) \left[ (L(t) - L^*) - \frac{2}{L(t)} \xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi \right] \quad (3.53)$$

donde  $\Psi = L(t)\eta_1 - \eta_2$ . Aplicando la desigualdad de Jensen

$$(|a|^q + |b|^q)^{1/q} \leq |a| + |b|, q > 0$$

y escogiendo  $a = V_{(\xi)}^{1/2}$ ,  $b = V_{(L)}$ ,  $q = \frac{1}{2}$ , se tiene que

$$-\Psi V_{(\xi)}^{1/2} - \frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*| \leq -\Phi V_{(\xi,L)}^{1/2} \quad (3.54)$$

con  $\Phi = \min\left(\Psi, \frac{k}{\sqrt{2}}\right)$ . Seleccionando la ley de adaptación  $\bar{L}$  como

$$\dot{L}(t) = \frac{-\frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*| + \frac{L(t)}{2} |\xi_1|}{(L(t) - L^*) - \frac{2}{L(t)} (\xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi)}, \quad L(t) > L^* \quad (3.55)$$

Y considerando que esta ley de adaptación hace la ganancia adaptativa  $L(t)$ , entonces (3.53) se

puede reducir a lo siguiente

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Phi V_{(\xi,L)}^{1/2} \quad (3.56)$$

Ahora, a través del estudio de  $\Psi$  y su signo, se puede analizar la estabilidad en lazo cerrado del sistema. Particularmente, el comportamiento de la derivada de la función de Lyapunov. Para asegurar la estabilidad de  $\dot{V}_{(\xi,L)}$  se considera (3.56)

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Psi V_{(\xi)}^{1/2} - \frac{k}{\sqrt{2}} |L(t) - L^*| \quad (3.57)$$

Además utilizando (3.57) se pueden determinar las cotas de la ley de adaptación  $L(t)$  (véase apéndice).

Ahora se consideran los siguientes casos

**Caso 1.** Suponga que  $L(t) \geq \bar{L}$  y  $\bar{L} = \frac{\eta_2}{\eta_1}$ , entonces,  $\Psi = \bar{L}\eta_1 - \eta_2 > 0$ . Por lo tanto, se tiene que

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Phi V_{(\xi,L)}^{1/2} \quad (3.58)$$

Tomando en cuenta que  $\Phi = \min\left(\Psi, \frac{k}{\sqrt{2}}\right)$ ,  $\Phi > 0$ , implica que los estados  $\xi$  convergen al dominio  $\Omega^*$  en tiempo finito, el cual es un conjunto compacto que contiene el origen.

**Caso 2.** Suponga ahora que  $L^* < L(t) < \bar{L}$ , lo cual implica que  $\Psi < 0$ . De (3.57),  $\dot{V}_{(\xi,L)}$  se vuelve de signo indefinido. En el momento en que el estado  $\xi$  incrementa, se cumple el Caso 1. Por lo tanto, el estado  $\xi$  empieza a converger al conjunto  $\Omega^*$  en tiempo finito. Ahora, el dominio  $\Omega^*$  se determina a través del valor de  $\mu^*$ . Considerando el Caso 2, de la ecuación (3.57) se tiene que

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Psi V_{(\xi)}^{1/2} - \frac{k}{2}(L(t) - L^*) < 0 \quad (3.59)$$

Por lo que

$$V_{(\xi)} < \frac{k^2}{2\Psi^2} |\bar{L} - L^*|^2 =: \mu^* \quad (3.60)$$

con  $\Omega^* = \{\xi \mid V_{(\xi)} \leq \mu^*\}$ .

Dado el comportamiento de  $\dot{L}(t)$  se evalúa el valor máximo de  $|\dot{L}(t)|$  cuando  $L(t) \rightarrow L^*$  y  $\xi \rightarrow 0$ . Considerando (3.57) en el Caso 1,

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Psi V_{(\xi)}^{1/2} - M|L(t) - L^*| \leq -\Phi V_{(\xi,L)}^{1/2} < 0$$

en donde  $\Phi = \min(\Psi, \frac{k}{\sqrt{2}})$  es el rango de convergencia del estado  $(\xi, L)$  al punto de equilibrio  $(0, L^*)$ .

Definiendo  $\alpha_1 = M|L(t) - L^*|$  con  $L(t) > \bar{L} > 0$  y  $\alpha_2 = \Psi \sqrt{\xi^T \mathbf{S}_\infty \xi} = \Psi \|\xi\|$  se observa que  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son funciones lineales de  $L(t)$  y  $\|\xi\|$  respectivamente, por lo que se tiene que

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Psi \|\xi\| - M|L(t) - L^*|$$

Escogiendo  $L^*$  y  $k$  tal que

$$\Psi > M = \frac{k}{\sqrt{2}}$$

Implica que el estado  $\xi$  converge a cero antes que  $L(t)$  converge a  $L^*$ . Tomando en cuenta esto, el límite de  $\dot{L}(t)$  se puede determinar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \lim_{L \rightarrow L^*, \xi \rightarrow 0} \dot{L}_{(\xi,L)} &= \lim_{L \rightarrow L^*, \xi \rightarrow 0} \frac{-\frac{k}{\sqrt{2}}|L - L^*|L + \frac{L^2|\xi_1|}{2}}{L(L - L^*) - 2\xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi} \\ &= \lim_{L \rightarrow L^*} \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{-M|L - L^*|L + \frac{L^2|\xi_1|}{2}}{L(L - L^*) - 2\xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi} \\ &= \lim_{L \rightarrow L^*} \frac{M|L - L^*|L}{L(L - L^*)} \quad (L - L^* > 0) \\ &= \lim_{L \rightarrow L^*} (-M) = -M \end{aligned} \tag{3.61}$$

Por lo tanto, no existe ninguna singularidad en (3.55) cuando  $L(t) \rightarrow L^*$  y  $\xi \rightarrow 0$ . Además cuando  $\Psi = L(t)\eta_1 - \eta_2 < 0$ , el estado  $\xi$  se incrementa, en vez de tender a cero se revierte y  $L(t)$  incre-

menta hasta alcanzar  $\Psi$  positivo y mayor a  $M$ . Por lo tanto, los anteriores casos se cumplen.

Por lo tanto, de (3.37) y (3.39) se tiene que  $s$  y  $\dot{s}$  convergen a cero en tiempo finito. Además, cuando  $\xi_2 \rightarrow 0$  la perturbación se puede estimar de la siguiente manera

$$\rho(t) = \int_0^t \frac{L^2(\tau)}{2} \text{sign}(s(\tau)) d\tau \quad (3.62)$$

### 3.4.1. Análisis de controlabilidad del sistema de conversión de energía eólica

En esta subsección se analizará la propiedad de controlabilidad del sistema (2.64) el cual puede ser reescrito para propósitos de análisis de la siguiente manera

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \frac{dX_d}{dt} = f_1(X_d, X_q) + g_1(X_d)V_{sd} \\ y = h_1(X_d) \end{cases} \quad \Sigma_2 : \begin{cases} \frac{dX_q}{dt} = f_2(X_q, X_d) + g_2(X_q)V_{sq} \\ y = h_2(X_q) \end{cases} \quad (3.63)$$

donde

$$f_1(X_d, X_q) = \begin{bmatrix} -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} - \omega_s I_{rq} + p\omega_{rt} N I_{rq} \\ -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} - \omega_s I_{rd} + p\omega_{rt} N I_{rd} - \omega_s \frac{M}{L_s} \frac{\|\Phi_{sd}\|}{\sigma L_r} + p\omega_{rt} N \frac{M}{L_s} \frac{\|\Phi_{sd}\|}{\sigma L_r} \\ \frac{1}{2} \rho \pi R^5 \frac{C_p}{J \lambda^3} \omega_{rt}^2 + p \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\| \frac{N}{J} I_{rq} \end{bmatrix}$$

$$g_1(X_d) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_r} \end{bmatrix} \quad g_2(X_q) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_r} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X_d = [I_{rd}] \quad X_q = \begin{bmatrix} I_{rq} \\ \omega_{rt} \end{bmatrix} \quad h_1(X_d) = [I_{rd}] \quad h_2(X_q) = [\omega_{rt}]$$

Para determinar si ambos subsistemas  $\Sigma_1$  y  $\Sigma_2$  cumplen con la propiedad de controlabilidad se utilizará la **Definición 3.2**.

Observando la forma del subsistema  $\Sigma_1$  se concluye que es controlable, ya que la señal de control aparece explícitamente en la ecuación. Por lo tanto, solo se presentará el análisis de con-

trolabilidad para el subsistema  $\Sigma_2$ . Partiendo de la definición 3.2 se construye la matriz de controlabilidad  $\mathfrak{C}_q$  la cual está dada por

$$\mathfrak{C}_q = \begin{bmatrix} g_2(X_q) & ad_{f_2} g_2(X_q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_r} & \frac{R_r}{\sigma L_r^2} \\ 0 & p \frac{M}{L_s} \frac{\|\Phi_{sd}\|}{\sigma L_r} \frac{N}{J} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

En donde la controlabilidad se verifica al determinar que la matriz  $\mathfrak{C}_q$  es de rango completo, es decir de rango igual a 2.

Por lo tanto, para que la matriz sea de rango completo basta con evaluar el determinante de la matriz  $\mathfrak{C}_q$ , el cual está dado por

$$Det[\mathfrak{C}_q] = p \frac{M}{L_s} \frac{\|\Phi_{sd}\|}{(\sigma L_r)^2} \frac{N}{J}$$

En donde  $Det[\mathfrak{C}_q] \neq 0$  y por lo tanto, el subsistema  $\Sigma_2$  es controlable. A partir del análisis de controlabilidad realizado se concluye que el modelo turbina-generator satisface la propiedad de controlabilidad. Y por lo tanto, se pueden diseñar algoritmos de control que permitan cumplir objetivos particulares de control.

### 3.5. Objetivos particulares de control

Los objetivos de control de esta tesis están enfocados en la maximización de la extracción de potencia en una turbina eólica de velocidad variable de eje horizontal operando en la Región 2. El principal objetivo de control es diseñar un controlador (voltajes del rotor del generador) que permita el seguimiento del máximo punto de potencia ( $P = Cp_{max}P_{wind}$ ), a pesar de las variaciones en la velocidad del viento.

Particularmente, el coeficiente de potencia  $C_p(\lambda, \beta)$ , el cual depende de la razón de la velocidad de punta de las aspas  $\lambda$  y del ángulo de giro de las aspas  $\beta$ , debe alcanzar su máximo valor  $Cp_{max}$  en presencia de turbulencia o variaciones en la velocidad del viento para maximizar la extracción de potencia  $P_{max} = Cp_{max}P_{wind}$  para  $Cp_{max} = Cp(\lambda_{opt}) = Cp(\lambda_{opt}, 2.6)$ .

El objetivo de control mencionado se puede lograr cuando la turbina eólica está operando en condiciones de la velocidad del viento asociadas con la Región 2, por lo tanto, en la práctica el ángulo de giro de las aspas  $\beta$  se ajusta a un valor óptimo que maximice el coeficiente de potencia, cuyo valor es obtenido a través de simulaciones. Entonces para este trabajo se deduce que  $C_p(\lambda) = C_p(\lambda, 2.6)$ .

Además, la razón de la velocidad de punta de las aspas  $\lambda$  se debe mantener en un punto óptimo para maximizar el coeficiente de potencia  $C_p$  en combinación con el ángulo de giro de las aspas  $\beta$  es decir  $C_{p_{max}} = C_p(\lambda_{opt}) = C_p(\lambda_{opt}, 2.6)$ . Entonces, es necesario un control de la velocidad del rotor de la turbina  $\omega_{rt} = \omega_{rtopt}$  adecuado tomando en cuenta las variaciones en la velocidad del viento  $v$  que permita mantener constante a la razón de velocidad de punta de las aspas  $\lambda$  en un punto óptimo  $\lambda_{opt}$ . Por lo tanto, se deduce que la velocidad óptima del rotor de la turbina está dada por la ecuación

$$\omega_{rtopt} = \frac{\lambda_{opt} v}{R} \quad (3.65)$$

La velocidad óptima del rotor de la turbina  $\omega_{rtopt}$  se expresa en términos de la velocidad del rotor del generador  $\omega_r$  de la siguiente manera

$$\omega_r = \omega_s - pN \frac{\lambda_{opt} v}{R} \quad (3.66)$$

Por lo que se deduce que al controlar la velocidad del rotor del generador implica que la velocidad óptima del rotor de la turbina es controlada. Por otro lado, los voltajes del rotor del generador también pueden controlar la potencia reactiva  $Q_s$  en el lado del estator del generador expresada como

$$Q_s = \frac{\|V_s\|}{L_s} \left( \frac{\|V_s\|}{\omega_s} - M I_{rd} \right) \quad (3.67)$$

El valor de referencia de la potencia reactiva  $Q_s$  se puede especificar de acuerdo a los requerimientos de la red eléctrica. Los objetivos generales de control de la turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado son:

1) La maximización de la extracción de potencia mediante el control de la velocidad del rotor de la turbina a través de la componente  $q$  del voltaje del rotor del generador, para lograr el

seguimiento de la velocidad óptima del rotor de la turbina.

2) La regulación de la potencia reactiva del estator de acuerdo a las especificaciones de la red eléctrica, controlando  $I_{rd}$  a través de la componente  $d$  del voltaje del rotor del generador  $V_{rd}$  para mantener un factor de potencia constante, voltaje constante en terminales y compensaciones dinámicas [54].

### 3.6. Diseño de controles no lineales para la TEVV

En esta subsección se diseñarán estrategias de control basadas en las técnicas de control no lineal descritas anteriormente, las cuales permitirán alcanzar los objetivos de control previamente definidos para un sistema de conversión de energía eólica. Particularmente, para una turbina eólica de velocidad variable de 1.5 MW operando en la región 2.

Para el diseño de las estrategias de control se considera el modelo turbina-generador descrito en (2.65) y (2.66), las cuales representan un sistema interconectado de una turbina eólica basada en un generador de inducción doblemente alimentado expresado en un marco de referencia rotatorio  $dq0$ .

### 3.7. Control Backstepping para la TEVV

El diseño del controlador Backstepping para el sistema (2.64) se desarrollará de acuerdo a los objetivos de control previamente definidos en tres etapas.

**Etapas 1.** Lazo de control  $\omega_{rt}$ .

Para lograr el seguimiento de la velocidad angular óptima, la cual maximiza el coeficiente de potencia  $C_{pmax}$  se define el error de seguimiento expresado por la siguiente variable

$$z_{\omega rt} = \omega_{rt} - \omega_{rtopt} \quad (3.68)$$

en donde  $\omega_{rtopt}$  se obtiene de (3.65). Tomando la primer derivada con respecto al tiempo de (3.68) se tiene que



$$\dot{z}_{\omega_{rt}} = \dot{\omega}_{rt} - \dot{\omega}_{rtopt} = \frac{T_a}{J_t} + p \frac{M}{L_s} \|\Phi_{sd}\| \frac{N}{J_t} I_{rq} - \dot{\omega}_{rtopt} \quad (3.69)$$

continuando con el control de la velocidad, la entrada  $V_{rq}$  se diseñará de tal manera que la corriente del rotor  $I_{rq}$  alcance una referencia  $I_{rq}^*$ , la cual será considerada como el nuevo control virtual para la siguiente etapa del subsistema. Entonces, para analizar la estabilidad de este lazo se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_{\omega_{rt}} = \frac{1}{2} z_{\omega_{rt}}^2 \quad (3.70)$$

en donde la primer derivada con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (3.69) está definida por

$$\dot{V}_{\omega_{rt}} = z_{\omega_{rt}} (\dot{z}_{\omega_{rt}}) = z_{\omega_{rt}} \left( \frac{T_a}{J_t} + p \frac{M}{L_s} \|\Phi_{sd}\| \frac{N}{J_t} I_{rq} - \dot{\omega}_{rtopt} \right) \quad (3.71)$$

De acuerdo a la metodología del control backstepping, el nuevo control virtual  $I_{rq}^*$  se define como

$$I_{rq}^* = \left( -k_1 z_{\omega_{rt}} - \frac{T_a}{J_t} + \dot{\omega}_{rtopt} \right) \left( \frac{1}{p \frac{M}{L_s} \|\Phi_{sd}\| \frac{N}{J_t}} \right) \quad (3.72)$$

entonces sustituyendo (3.72) en (3.71) implica que

$$\dot{V}_{\omega_{rt}} = -k_1 z_{\omega_{rt}}^2 \quad (3.73)$$

donde  $k_1 > 0$ . De acuerdo a (3.73) se concluye que la derivada de la función de Lyapunov (3.71) es definida negativa, por lo tanto  $z_{\omega_{rt}}$  convergerá a cero exponencialmente.

**Etapas 2.** Lazo de control de corriente  $I_{rq}$ .

Considerando el lazo de la velocidad angular es claro que el nuevo control virtual  $I_{rq}^*$  estabiliza la dinámica de (3.68) y por lo tanto, el objetivo del seguimiento de la velocidad angular deseada se cumple. Entonces, en esta etapa se diseña el control  $V_{rq}$  tal que la corriente  $I_{rq}$  alcance la señal de referencia  $I_{rq}^*$  para este fin se define el nuevo error de seguimiento expresado por la siguiente

variable

$$z_{I_{rq}} = I_{rq} - I_{rq}^* \quad (3.74)$$

Tomando la primer derivada con respecto al tiempo de (3.74) se tiene que

$$\dot{z}_{I_{rq}} = \dot{I}_{rq} - \dot{I}_{rq}^* = -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} - \omega_s I_{rd} + pN\omega_{rt} I_{rd} - \omega_s \frac{M \|\Phi_{sd}\|}{L_s \sigma L_r} + pN\omega_{rt} \frac{M \|\Phi_{sd}\|}{L_s \sigma L_r} + \frac{V_{rq}}{\sigma L_r} - I_{rq}^* \quad (3.75)$$

Para analizar la estabilidad de este lazo se propone la siguiente función candidata de Lyapunov.

$$V_{I_{rq}} = V_{\omega_{rt}} + \frac{1}{2} z_{I_{rq}}^2 \quad (3.76)$$

en donde la derivada con respecto al tiempo de (3.76) está definida por

$$\dot{V}_{I_{rq}} = -k_1 z_{\omega_{rt}}^2 + z_{I_{rq}} \left( -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} - \omega_s I_{rd} + pN\omega_{rt} I_{rd} - \omega_s \frac{M \|\Phi_{sd}\|}{L_s \sigma L_r} + pN\omega_{rt} \frac{M \|\Phi_{sd}\|}{L_s \sigma L_r} + \frac{V_{rq}}{\sigma L_r} - I_{rq}^* \right) \quad (3.77)$$

Seleccionando la señal de control  $V_{rq}$  de la siguiente manera

$$V_{rq} = \left( -k_2 z_{I_{rq}} + \frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} + \omega_s I_{rd} - pN\omega_{rt} I_{rd} + \omega_s \frac{M \|\Phi_{sd}\|}{L_s \sigma L_r} - \omega_s \frac{M \|\Phi_{sd}\|}{L_s \sigma L_r} + \dot{I}_{rq}^* \right) \sigma L_r \quad (3.78)$$

Sustituyendo (3.78) en (3.77) se tiene que

$$\dot{V}_{I_{rq}} = -k_1 z_{\omega_{rt}}^2 - k_2 z_{I_{rq}}^2 \quad (3.79)$$

donde  $k_2 > 0$ . La ecuación anterior implica que  $z_{I_{rq}}$  y  $z_{\omega_{rt}}$  convergerán a cero exponencialmente. Por lo que se concluye que la velocidad  $\omega_{rt}$  seguirá la velocidad deseada.

**Etapas 3.** Lazo de control de corriente  $I_{rd}$ .

Para lograr la regulación de la potencia reactiva en el estátor se define el error de seguimiento, expresado por la siguiente variable

$$z_{Ird} = I_{rd} - I_{rd}^* \quad (3.80)$$

Tomando la derivada con respecto al tiempo de (3.80) se tiene que

$$\dot{z}_{Ird} = \dot{I}_{rd} - \dot{I}_{rd}^* = -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} + \omega_s I_{rq} - pN\omega_{rt} I_{rq} + \frac{V_{rd}}{\sigma L_r} - I_{rd}^* \quad (3.81)$$

Para analizar la estabilidad del sistema de lazo, se considera la siguiente función candidata de Lyapunov.

$$V_{Ird} = \frac{1}{2} z_{Ird}^2 \quad (3.82)$$

Derivando con respecto al tiempo  $V_{Ird}$  se tiene que

$$\dot{V}_{Ird} = z_{Ird} \left( -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} + \omega_s I_{rq} - pN\omega_{rt} I_{rq} + \frac{V_{rd}}{\sigma L_r} - I_{rd}^* \right) \quad (3.83)$$

Seleccionando la señal de control  $V_{rd}$  de acuerdo a la metodología del control backstepping se tiene que

$$V_{rd} = \left( -k_3 z_{Ird} + \frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} - \omega_s I_{rq} + pN\omega_{rt} I_{rq} + I_{rd}^* \right) \sigma L_r \quad (3.84)$$

Sustituyendo  $V_{rd}$  en (3.83) se tiene que

$$\dot{V}_{Ird} = -k_3 z_{Ird}^2 \quad (3.85)$$

donde  $k_3 > 0$ . Lo que implica que  $z_{Ird}$  convergerá a cero exponencialmente, por lo tanto se garantiza que la corriente  $I_{rd}$  seguirá la señal de referencia  $I_{rd}^*$ .

La mayor ventaja del control backstepping es que con una adecuada selección de las ganancias del controlador se logra una estabilidad asintótica y un seguimiento de la salida del sistema al valor deseado.

### 3.8. Control Super Twisting Simplificado para la TEVV

A continuación se presenta el diseño del controlador para el sistema (2.64) basado en la metodología Super Twisting que permitirá lograr los objetivos de control, llevando a la velocidad del rotor de la turbina a la velocidad deseada y forzando las corrientes del rotor del generador a seguir un valor de referencia deseado, a pesar de incertidumbres y perturbaciones externas.

Se considera (2.65) y se define el error de seguimiento entre la velocidad actual del rotor  $\omega_{rt}$  y la referencia deseada  $\omega_{rtopt}$  como

$$e_1 = \omega_{rt} - \omega_{rtopt} \quad (3.86)$$

donde  $\omega_{rtopt}$  se obtiene de (3.65). Entonces, se construye la superficie deslizante en términos del error de seguimiento de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} s_\omega &= c_1 e_1 + \frac{de_1}{dt} \\ &= c_1 (\omega_{rt} - \omega_{rtopt}) - (\dot{\omega}_{rt} - \dot{\omega}_{rtopt}) \end{aligned} \quad (3.87)$$

donde  $c_1 > 0$ . Tomando la primer derivada con respecto al tiempo de la superficie deslizante  $s_\omega$ , y utilizando el modelo de (2.65) y (3.66) en términos de  $\omega_{rt}$  se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{s}_\omega &= c_1 \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 \\ &= c_1 (\dot{\omega}_{rt} - \dot{\omega}_{rtopt}) + \frac{\dot{T}_a}{J_t} + pN \frac{M}{L_s} \frac{\|\Phi_s\|}{J_t} \\ &\quad \times \left( -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} + (pN\omega_{rt} - \omega_s) \left( I_{rd} + \frac{1}{\sigma L_r} \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\| \right) + \frac{V_{rq}}{\sigma L_r} \right) \\ &\quad + \ddot{\omega}_{rtopt} \end{aligned} \quad (3.88)$$

la cual está en la forma (3.17). De acuerdo a la metodología de control Super Twisting se aplica un control  $V_{rq}$  de la forma (3.20) y se tiene que

$$\dot{s}_\omega = \rho_\omega + V_{rq} \quad (3.89)$$

en donde  $\rho_\omega$  representa el parámetro de perturbación y la entrada  $V_{rq}$  se diseña aplicado el algoritmo Super Twisting de la siguiente manera

$$\begin{cases} V_{rq} &= -2\mathcal{L}_\omega |s_\omega|^{1/2} \text{sign}(s_\omega) + w_1 \\ \dot{w}_1 &= -\frac{\mathcal{L}_\omega^2}{2} \text{sign}(s_\omega) \end{cases} \quad (3.90)$$

con  $\mathcal{L}_\omega > 0$ . Finalmente, la componente deseada  $d$  de la corriente del rotor  $I_{rd}^*$  se obtiene de manera que la potencia reactiva en el estator sea igual a cero. Por esto, de (3.67) se tiene que la referencia de la corriente del rotor está dada por

$$I_{rd}^* = \frac{\|V_s\|}{\omega_s M} \quad (3.91)$$

Entonces, definiendo el error de seguimiento entre la corriente  $I_{rd}$  actual y corriente la deseada  $I_{rd}^*$  se tiene que  $e_2 = I_{rd} - I_{rd}^*$ . Por lo tanto, se construye la superficie deslizante en términos del error de seguimiento para el lazo de corriente  $I_{rd}$  dada por

$$s_{I_{rd}} = I_{rd} - I_{rd}^* \quad (3.92)$$

Tomando la primer derivada con respecto al tiempo de la variable deslizante  $s_{I_{rd}}$  se tiene que

$$\dot{s}_{I_{rd}} = \left(-\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} - (pN\omega_{rt} - \omega_s) I_{rq} + \frac{V_{rd}}{\sigma L_r}\right) - \dot{I}_{rd}^* \quad (3.93)$$

Aplicando un control  $V_{rd}$  tal que se obtiene lo siguiente

$$\dot{s}_{I_{rd}} = \rho_{I_{rd}} + V_{rd} \quad (3.94)$$

donde  $\rho_{I_{rd}}$  representa el parámetro de perturbación y la entrada  $V_{rd}$  se diseña aplicando el algoritmo Super Twisting

$$\begin{cases} V_{rd} &= -2\mathcal{L}_{Ird} |s_{Ird}|^{1/2} \text{sign}(s_{Ird}) + w_2 \\ \dot{w}_2 &= -\frac{\mathcal{L}_{Ird}^2}{2} \text{sign}(s_{Ird}) \end{cases} \quad (3.95)$$

con  $\mathcal{L}_{Ird} > 0$ .

Finalmente, combinando las acciones de control  $V_{rd}$  y  $V_{rq}$  se lograrán los objetivos de control previamente definidos en tiempo finito.

### 3.9. Control Super Twisting Adaptable Simplificado para la TEVV

A continuación se presenta el diseño del controlador para el sistema (2.64) basado en la metodología Super Twisting adaptable simplificado que permitirá lograr los objetivos de control previamente definidos. Para el lazo de control de la velocidad rotacional de la turbina  $\omega_{rt}$  se considera (2.65) y se define el error de seguimiento entre la velocidad actual del rotor de la turbina  $\omega_{rt}$  y la referencia deseada  $\omega_{rtopt}$  de la siguiente manera

$$e_1 = \omega_{rt} - \omega_{rtopt} \quad (3.96)$$

en donde  $\omega_{rtopt}$  se obtiene de (3.65). Entonces, se construye la superficie deslizante en términos del error de seguimiento de la siguiente manera

$$\begin{aligned} s_\omega &= c_1 e_1 + \frac{de_1}{dt} \\ &= c_1 (\omega_{rt} - \omega_{rtopt}) - (\dot{\omega}_{rt} - \dot{\omega}_{rtopt}) \end{aligned} \quad (3.97)$$

donde  $c_1 > 0$ . Tomando la primera derivada con respecto al tiempo de la superficie deslizante  $s_\omega$ , y utilizando el modelo de (2.65) se tiene que

$$\begin{aligned}
\dot{s}_\omega &= c_1 \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 \\
&= c_1 (\dot{\omega}_{rt} - \dot{\omega}_{rtopt}) + \frac{\dot{T}_a}{J_t} + pN \frac{M \|\Phi_s\|}{L_s J_t} \\
&\quad \times \left( -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rq} + (pN\omega_{rt} - \omega_s) \left( I_{rd} + \frac{1}{\sigma L_r} \frac{M}{L_s} \|\Phi_s\| \right) + \frac{V_{rq}}{\sigma L_r} \right) \\
&\quad + \ddot{\omega}_{rtopt}
\end{aligned} \tag{3.98}$$

la cual está en la forma (3.33). De acuerdo a la metodología del control Super Twisting adaptable simplificado se aplica un control  $V_{rq}$  tal que

$$\dot{s}_\omega = \rho_\omega + V_{rq} \tag{3.99}$$

En donde  $\rho_\omega$  representa el parámetro de perturbación y la entrada  $V_{rq}$  se diseña aplicado el algoritmo Super Twisting adaptable simplificado de la siguiente manera

$$\begin{cases} V_{rq} &= -2L_\omega(t) |s_\omega|^{1/2} \text{sign}(s_\omega) + w_1 \\ \dot{w}_1 &= -\frac{L_\omega^2(t)}{2} \text{sign}(s_\omega) \end{cases} \tag{3.100}$$

Con la ley de adaptación ( $L_\omega(0) > L^*$ )

$$\dot{L}_\omega(t) = \begin{cases} \frac{-\frac{k_4}{\sqrt{2}} |L_\omega(t) - L^*| + \frac{L_\omega(t)}{2} |s|^{1/2}}{(L_\omega(t) - L^*) + \frac{2}{L_\omega^2(t)} \left( |s|^{1/2} \text{sign}(s) + \frac{1}{L_\omega(t)} \int_0^t L_\omega^2(\tau) \text{sign}(s(\tau)) d\tau \right) \left( -\int_0^t \frac{L_\omega^2(\tau)}{2} \text{sign}(s(\tau)) d\tau \right)} \end{cases} \tag{3.101}$$

si  $L_\omega(t) \geq L^*$  y

$$\dot{L}_\omega(t) = \{L^* \tag{3.102}$$

si  $L_\omega(t) < L^*$ , donde  $L^* > 0$  y  $k_4 > 0$ .

Finalmente, para el lazo de control de la corriente  $I_{rd}$  se considera (2.66) y la construcción de la superficie deslizante de la siguiente manera

$$s_{I_{rd}} = I_{rd} - I_{rd}^* \quad (3.103)$$

Tomando la primer derivada con respecto al tiempo de la variable deslizante  $s_{I_{rd}}$  se tiene que

$$\dot{s}_{I_{rd}} = \left( -\frac{R_r}{\sigma L_r} I_{rd} - (pN\omega_{rt} - \omega_s) I_{rq} + \frac{V_{rd}}{\sigma L_r} \right) - \dot{I}_{rd}^* \quad (3.104)$$

Aplicando un control  $V_{rd}$  tal que se obtiene lo siguiente

$$\dot{s}_{I_{rd}} = \rho_{I_{rd}} + V_{rd} \quad (3.105)$$

donde  $\rho_{I_{rd}}$  representa el parámetro de perturbación y la entrada  $V_{rd}$  se diseña aplicando el algoritmo Super Twisting adaptable simplificado

$$\begin{cases} V_{rd} = -2L_{I_{rd}} |s_{I_{rd}}|^{1/2} \text{sign}(s_{I_{rd}}) + w_2 \\ \dot{w}_2 = -\frac{L_{I_{rd}}^2}{2} \text{sign}(s_{I_{rd}}) \end{cases} \quad (3.106)$$

Con la ley de adaptación ( $L_{I_{rd}}(0) > L_1^*$ )

$$\dot{L}_{I_{rd}}(t) = \begin{cases} \frac{-\frac{k_5}{\sqrt{2}} |L_{Id}(t) - L_1^*| + \frac{L_{Id}(t)}{2} |s|^{1/2}}{(L_{Id}(t) - L_1^*) + \frac{2}{L_{Id}^2(t)} \left( |s|^{1/2} \text{sign}(s) + \frac{1}{L_{Id}(t)} \int_0^t L_{Id}^2(\tau) \text{sign}(s(\tau)) d\tau \right) \left( -\int_0^t \frac{L_{Id}^2(\tau)}{2} \text{sign}(s(\tau)) d\tau \right)} \end{cases} \quad (3.107)$$

si  $L_{I_{rd}}(t) \geq L_1^*$  y

$$\dot{L}_{I_{rd}}(t) = \{L_1^* \quad (3.108)$$

si  $L_{I_{rd}}(t) < L_1^*$ , donde  $L_1^* > 0$  y  $k_5 > 0$ .

Finalmente combinando las acciones de control  $V_{rd}$  y  $V_{rq}$  se lograrán los objetivos de control en tiempo finito para la TEVV.



### 3.10. Conclusiones

En este capítulo se realizó un análisis de la propiedad de controlabilidad para el modelo matemático de la TEVV. Con base en este análisis, se diseñaron tres estrategias de control no lineales, la primera estrategia de control se diseñó con base en la metodología Backstepping, cuya convergencia es asintótica, en la segunda estrategia de control propuesta se presentó un algoritmo Super Twisting, el cual converge en tiempo finito. Además, se concluye que en comparación con otros controladores propuestos en la literatura basados en el algoritmo Super Twisting, el número de parámetros del cual depende las ganancias se reduce a 1. Finalmente, en la tercera estrategia de control se introduce una ley de adaptación para las ganancias del algoritmo Super Twisting simplificado, con el objetivo de mejorar el desempeño del controlador y reducir la sobreestimación de las ganancias para lograr un control menos energético y consecuentemente un comportamiento libre de oscilaciones de alta frecuencia.

## Capítulo 4

# Estudio comparativo y resultados en simulación

### 4.1. Introducción

En este capítulo se analizará el desempeño del sistema de la TEVV en lazo cerrado, bajo la acción de los controladores propuestos, a través de simulaciones. Para validar los resultados obtenidos se ha utilizado el software FAST de NREL en conjunto con Matlab-Simulink, en donde FAST garantizará un modelo realista de una turbina eólica de velocidad variable, el cual estará interconectado a través de una interfaz con las ecuaciones del subsistema eléctrico previamente definidas en Matlab-simulink.

El capítulo se divide en cuatro partes, en la primera parte se da una breve introducción al software FAST, en la segunda parte, se analizará el desempeño de los controladores propuestos de backstepping y Super Twisting simplificado, sometidos a dos tipos diferentes de perfiles de viento (fijo y variable), en la tercera parte se analizará el desempeño del controlador Super Twisting adaptable simplificado propuesto, sometido a un perfil de viento variable. Finalmente, se realizará un estudio comparativo entre las estrategias de control propuestas y estrategias de control propuestas en la literatura con el objetivo de comparar el desempeño de las estrategias.

## 4.2. FAST-Simulink

El simulador seleccionado para mostrar los resultados de las estrategias de control propuestas aplicadas a una TEVV, FAST, es un simulador aeroelástico capaz de predecir cargas normales y extremas en turbinas eólicas de eje horizontal de dos y tres aspas bajo diferentes condiciones de operación [30]. Este software en conjunto con Matlab permite diseñar controladores para mitigar los efectos de estas condiciones de operación en la estructura y componentes de la turbina.

FAST tiene dos diferentes modos de operación, en el primer modo de operación se tiene el análisis en el tiempo de las ecuaciones de movimiento no lineales. Durante esta simulación se obtienen las respuestas aerodinámica y estructural en el tiempo, para ciertas condiciones de viento. A partir de esto, se pueden implementar controles activos que permiten determinar algunos aspectos de la operación de la turbina.

Por ejemplo, el control del ángulo de las aspas, par del generador, frenos mecánicos, frenos de punta y guiñado de la góndola, inclusive métodos de control más complejos pueden ser creados, compilados y unidos con el resto del programa. Posteriormente, se tienen las salidas de las simulaciones, las cuales son especificadas previamente en los archivos primarios de entrada y contienen datos de series en el tiempo de las cargas aerodinámicas, así como otros aspectos estructurales de interés.

El segundo modo de operación es la linealización, la cual está relacionada con la capacidad de extraer representaciones lineales del modelo completo no lineal de la turbina eólica modelada en FAST, sin embargo, debido a los objetivos y alcances de esta tesis, este modo de operación no es de interés.

Los archivos de FAST tienen condiciones de viento predeterminadas en los archivos de entrada, sin embargo, es posible generar y enlazar diferentes perfiles de viento, mediante un simulador estocástico de viento turbulento llamado TurbSim. Por lo tanto, se utilizará este simulador para generar perfiles de viento que permitan a la turbina operar en la región 2 bajo diferentes tipos de turbulencia.

Finalmente, las salidas de interés estarán disponibles para ser utilizadas y analizadas en Matlab-Simulink a través de una interfaz llamada S-function, la cual es una interfaz bidireccional entre el

software FAST y Matlab-Simulink.

En la Figura 4.1 se muestra un esquema general de control utilizado en este trabajo.

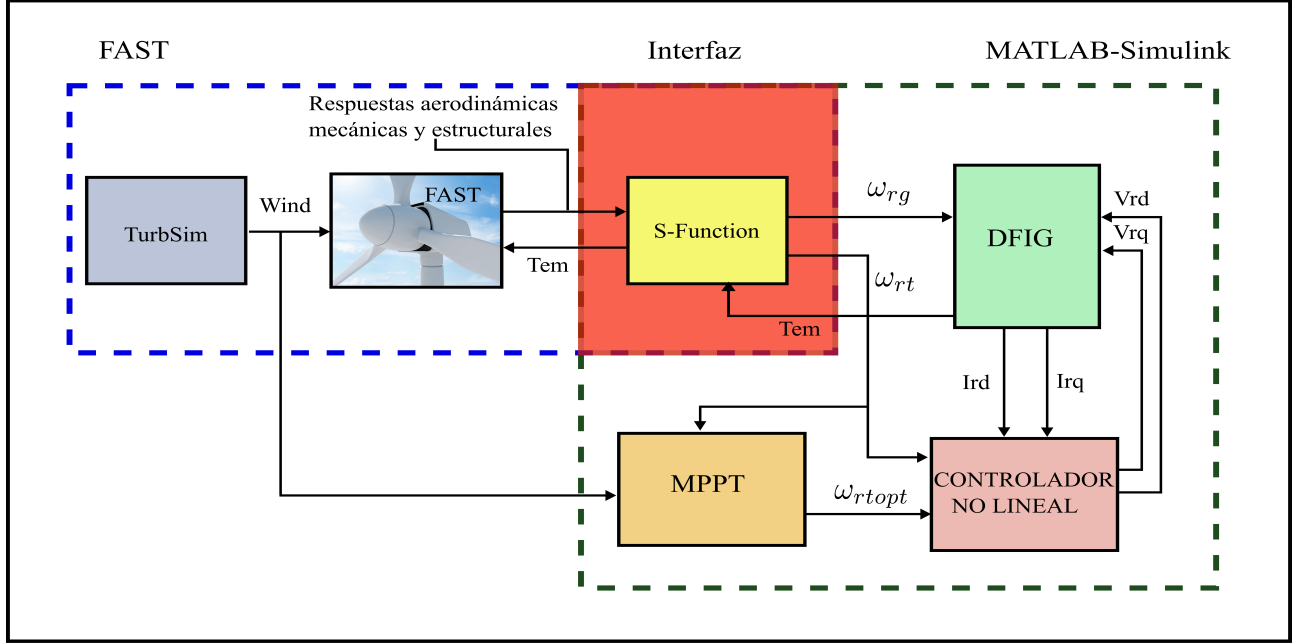


Figura 4.1: Esquema de control.

### 4.3. Resultados en simulación de los controladores Backstepping y Super Twisting simplificado

A continuación, se presentan los resultados en simulación de las estrategias de control Backstepping y Super Twisting simplificado. Con el objetivo de comparar el desempeño de los controladores propuestos se introduce una estrategia de control adicional propuesta en [55], en donde la ley de control está definida como

$$u = -\lambda_1 |s|^{1/2} \text{sign}(s) - \int_0^t \lambda_2 \text{sign}(s) d\tau$$

y las ganancias  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  pueden ser seleccionadas utilizando la metodología propuesta en [49].

### 4.3.1. Condiciones de operación

Para verificar la efectividad de los controladores se utilizarán los archivos de FAST WindPACT 1.5MW correspondientes a una turbina eólica de velocidad variable de 1.5MW con los grados de libertad activados mostrados en la Tabla 4.1. La turbina eólica estará sometida a dos perfiles de viento diferentes.

Tabla 4.1: Grados de libertad.

Estado	Grado de libertad
Verdadero	FlapDOF1
Verdadero	FlapDOF2
Verdadero	EdgeDOF
Verdadero	TeetDOF
Verdadero	DrTrDOF
Verdadero	GenDOF
Falso	YawDOF
Verdadero	TwFADO1
Verdadero	TwFADO2
Verdadero	TwSSDO1
Verdadero	TwSSDO2
Falso	PtmfmSgDOF
Falso	PtmfmSwDOF
Falso	PtmfmHvDOF
Falso	PtmfmRDOF
Falso	PtmfmPDOF
Falso	PtmfmYDOF

En primer lugar, se evaluará el desempeño del controlador ante cambios repentinos en el viento durante 5 minutos. Posteriormente, se someterá a la turbina a un perfil de viento turbulento basado en el modelo de espectro de turbulencia Kaimal, en donde las condiciones meteorológicas se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Condiciones meteorológicas.

Modelo de turbulencia	IECKAI
Intensidad de turbulencia	15 %
Tipo de turbulencia IEC	NTM
Tipo de perfil de viento	IEC
Altura de referencia	84.288 m
Velocidad del viento promedio	7.2 m/s

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLIFICADO

De acuerdo al estudio aerodinámico previamente realizado, se concluye que la Región 2 de operación de una turbina eólica de 1.5 MW está comprendida entre velocidades del viento de  $3 \text{ m/s}$  y  $11 \text{ m/s}$ . Con el objetivo de mantener a la turbina operando en la Región 2, se configura de tal manera que la velocidad del viento varíe entre  $7.2 \text{ m/s}$ .

Los parámetros de la turbina eólica contenidos en los archivos de entrada de FAST y los parámetros del generador utilizados para las simulaciones están dados en la Tabla 4.3 y Tabla 4.4 respectivamente. Las simulaciones fueron realizadas utilizando el algoritmo de integración Euler con un paso de integración de 0.05 segundos, el cual fue seleccionado de manera que se obtuvieran los mejores resultados y menor esfuerzo computacional.

Tabla 4.3: Parámetros de la turbina eólica [1].

Parámetros	Valor
Número de aspas	3
Radio del rotor	35 m
Altura del cubo	84.3 m
Potencia nominal	1.5 MW
Inercia total ( $J_t$ )	$2962443.5 \text{ kgm}^2$
Ganancia de caja de engranes ( $N$ )	87.965
Parámetro de torsión eje de baja velocidad	$5.6 \times 10^9 \text{ Nm/rad}$
Parámetro de amortiguamiento eje de baja velocidad	$1 \times 10^7 \text{ Nms/rad}$

Tabla 4.4: Parámetros DFIG [1].

Parámetros	Valor
Velocidad de sincronía ( $\omega_s$ )	314.1593 rad/s
Resistencia estátor ( $R_s$ )	0.005 $\Omega$
Resistencia rotor ( $R_r$ )	0.0089 $\Omega$
Inductancia estátor ( $L_s$ )	0.407 mH
Inductancia rotor ( $L_r$ )	0.299 mH
Inductancia mutua ( $M$ )	0.016 mH
Número de polos ( $p$ )	2

Finalmente, las ganancias de los controladores mostradas en la Tabla 4.5 fueron seleccionadas de acuerdo a las condiciones establecidas en las Secciones 3.3.1 y 3.3.3 y a través de simulaciones, de tal manera que se garantizará estabilidad en tiempo finito y los mejores resultados. El método de selección de las ganancias del controlador adicional se puede ver en [49].

Tabla 4.5: Ganancias y parámetros de controladores de ganancias constantes.

Controlador	Ganancias	Parámetros
B.I.	$k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 10$	Ninguno
ST	$\lambda_{1\omega} = 44.2719, \lambda_{2\omega} = 16.67$ $\lambda_{1rd} = 16.67, \lambda_{2rd} = 5$	$\beta = 0.25, \gamma = 6, \alpha = 0.089, x = 1.044, L_\omega = 3$ $\beta_1 = 0.25, \gamma_1 = 6, \alpha_1 = 0.089, x_1 = 1.044, L_{rd} = 10$
STS	$2\mathcal{L}_\omega = 90, \frac{\mathcal{L}_\omega^2}{2} = 1012$ $2\mathcal{L}_{rd} = 20, \frac{\mathcal{L}_{rd}^2}{2} = 50$	$\mathcal{L}_\omega = 45$ $\mathcal{L}_{rd} = 10$

### 4.3.2. Resultados en simulación

#### Perfil de viento fijo

Para mostrar el desempeño del controlador bajo la acción de cambios repentinos en el viento, se introduce un perfil de viento como se muestra en la Figura 4.2.

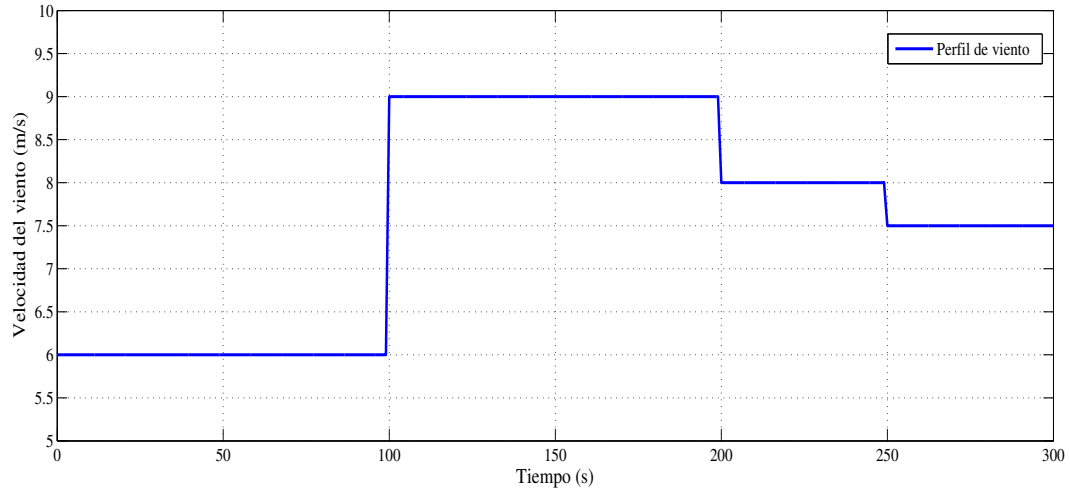


Figura 4.2: Perfil de viento fijo.

En la Figura 4.3 se puede observar que los tres controladores permiten que la velocidad de la turbina  $\omega_{rt}$  siga a la velocidad óptima bajo el mismo perfil de viento, mostrando una buena precisión en el seguimiento. Sin embargo, los tiempos de respuesta del controlador Backstepping y el controlador Super Twisting simplificado son más cortos que el algoritmo Super Twisting convencional. Por otra parte, ambos controladores basados en el algoritmo Super Twisting presentan un

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

pequeño sobretiro, el cual está dentro del rango permitido. Además, se muestra la robustez de los controladores a pesar de las perturbaciones causadas por los cambios repentinos en el viento y dinámicas no modeladas.

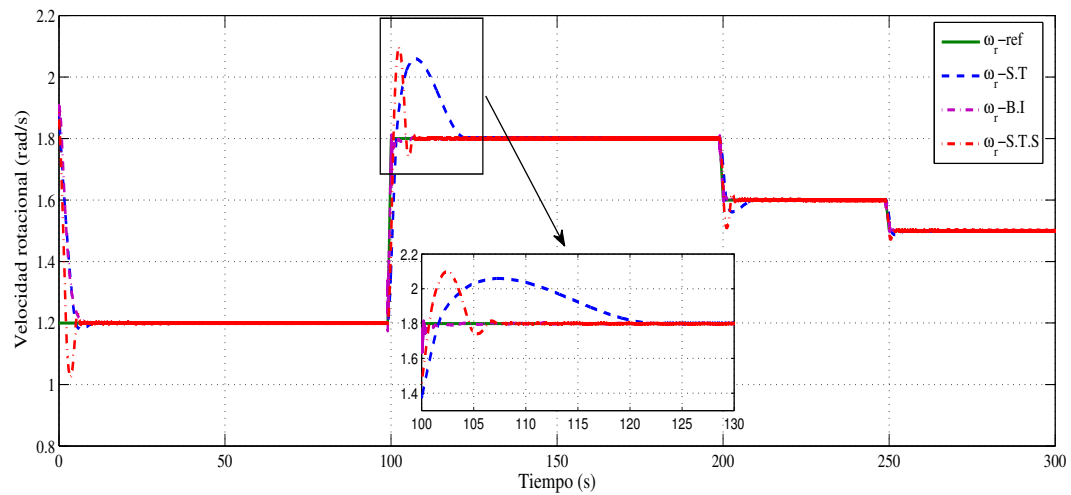


Figura 4.3: Desempeño del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina  $\omega_{rt}$ .

Los errores de seguimiento entre la velocidad actual del rotor de la turbina y la velocidad óptima bajo la acción de los tres controladores se muestran en Fig.4.4, en donde se observa que los tres errores de seguimiento se mantienen cerca de cero.

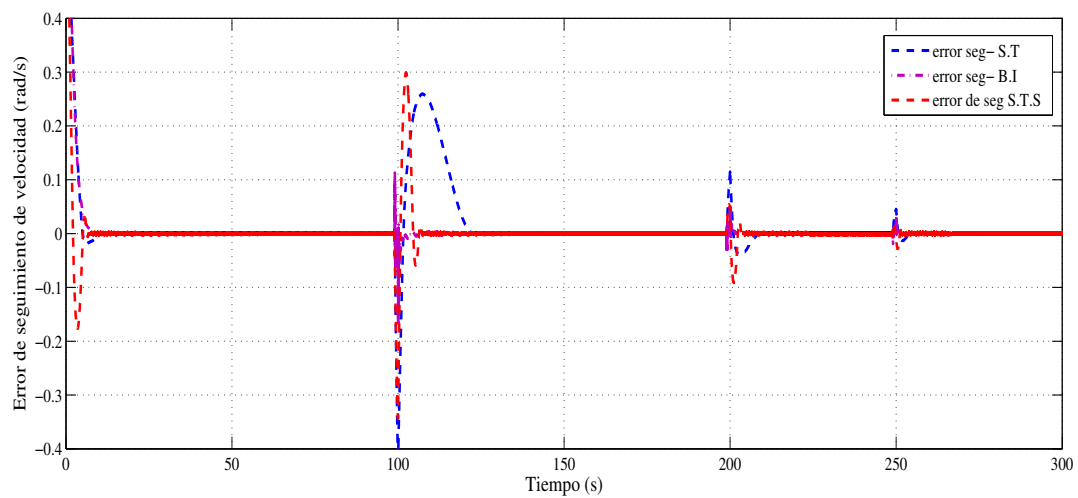


Figura 4.4: Errores de seguimiento de las estrategias de control.



#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

Además, en la Figura 4.5 se muestra un buen desempeño de la regulación de la componente  $d$  del rotor de la corriente  $I_{rd}$ , la cual fue seleccionada tal que la potencia reactiva sea igual a cero. Estos resultados muestran que bajo la acción de los controladores propuestos la componente  $d$  de la corriente del rotor  $I_{rd}$  y la velocidad del rotor de la turbina  $\omega_{rt}$  siguen sus respectivos valores de referencia con perfiles suaves y comportamiento libre de oscilaciones de alta frecuencia.

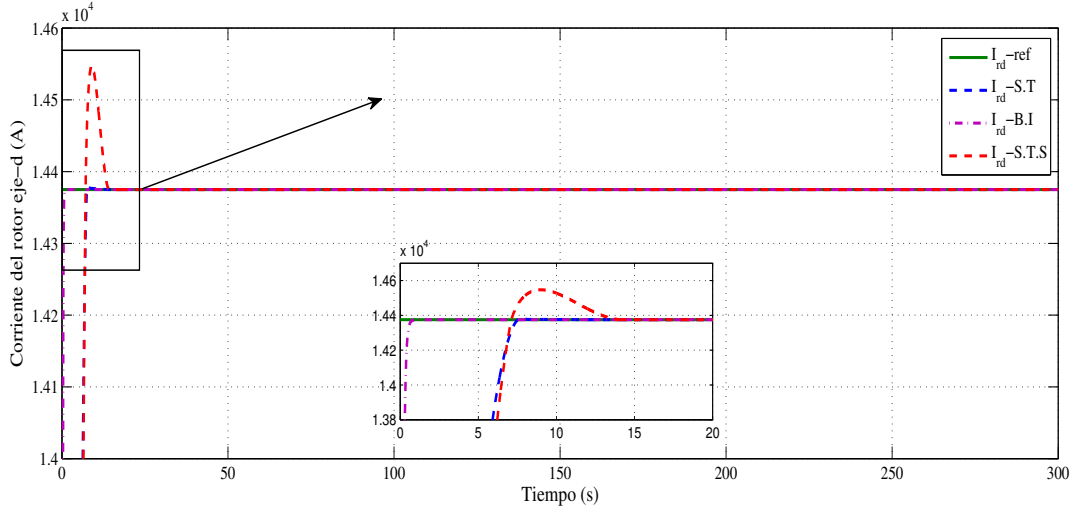


Figura 4.5: Desempeño de la regulación de la corriente del rotor  $I_{rd}$ .

Los errores de seguimiento entre la componente  $d$  de la corriente del rotor  $I_{rd}$  actual y la deseada se muestran en la Figura 4.6 en donde se establece una rápida convergencia a cero. A pesar de que existe sobretiro en el error de seguimiento debido a las condiciones iniciales del sistema, este error es despreciable. Por otra parte, el error de seguimiento es mucho menor en comparación con resultados obtenidos en [12, 18].

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLIFICADO

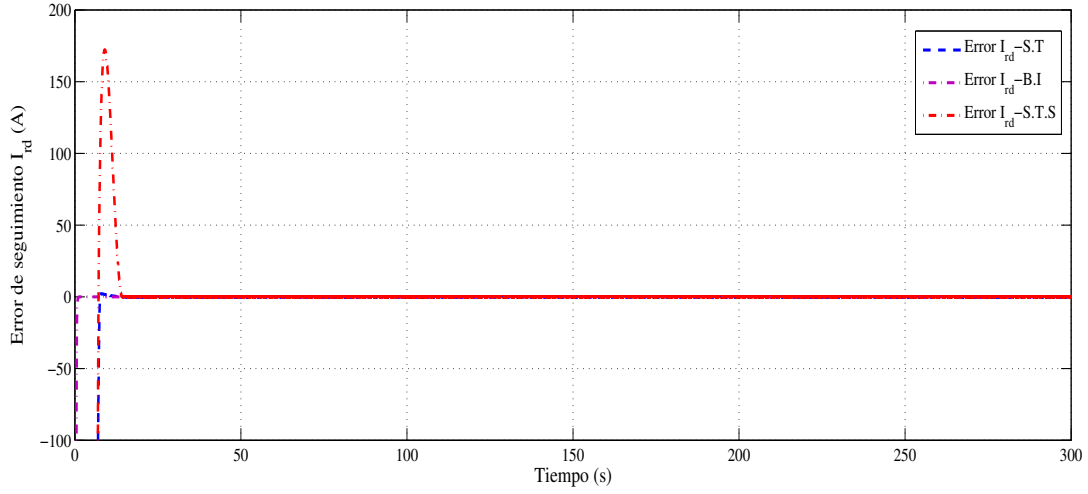


Figura 4.6: Errores de seguimiento de la regulación de la corriente del rotor  $I_{rd}$ .

Tomando en cuenta los resultados de las Figuras 4.3 y 4.4, y mediante el uso del criterio del error cuadrático medio ECM [56] se obtuvo lo siguiente:

$$ECM_{ST} = 0.0047 \quad ECM_{BI} = 0.0025 \quad ECM_{STS} = 0.0023$$

en donde  $ECM_{ST}$ ,  $ECM_{BI}$  y  $ECM_{STS}$  representan los errores cuadráticos medios del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina bajo la acción de los controladores Super Twisting convencional, backstepping y Super Twisting simplificado.

Entonces, de acuerdo a los resultados obtenidos del ECM para cada control, se obtiene que  $ECM_{ST} > ECM_{BI} > ECM_{STS}$ . Adicionalmente, se muestran los resultados con base en el índice integral del valor absoluto del error IAE, cuya metodología posee una alta capacidad de medir la desviación de la variable actual en relación con la variable deseada

$$IAE_{ST} = 5.6669 \quad IAE_{BI} = 2.8574 \quad IAE_{STS} = 2.8439$$

en donde  $IAE_{ST}$ ,  $IAE_{BI}$  y  $IAE_{STS}$  representan los resultados de la integral del valor absoluto del error del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina bajo la acción de los controladores Super Twisting convencional, Backstepping, y Super Twisting simplificado, obteniendo que  $IAE_{ST} > IAE_{BI} > IAE_{STS}$ .

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLIFICADO

Por lo tanto, de acuerdo a los resultados obtenidos del EMC y el IAE se concluye que el control Super Twisting simplificado tiene un mejor desempeño para realizar el seguimiento de la señal de referencia de la velocidad rotacional  $\omega_{rt}$  comparado con los otros controladores.

Finalmente, se muestra la evolución de las salidas de retroalimentación propuestas  $V_{rd}$  y  $V_{rq}$  en las Figuras 4.7 y 4.8, en donde se puede observar que el controlador Backstepping muestra picos altos en ambas señales de control, lo que puede ocasionar desgaste en la máquina eléctrica.

Respecto a las señales de control basadas en la técnica Super Twisting se logra un control de energía baja libre de oscilaciones de alta frecuencia, lo cual produce menores costos para todo el sistema y ayuda a mantener una operación de la máquina segura.

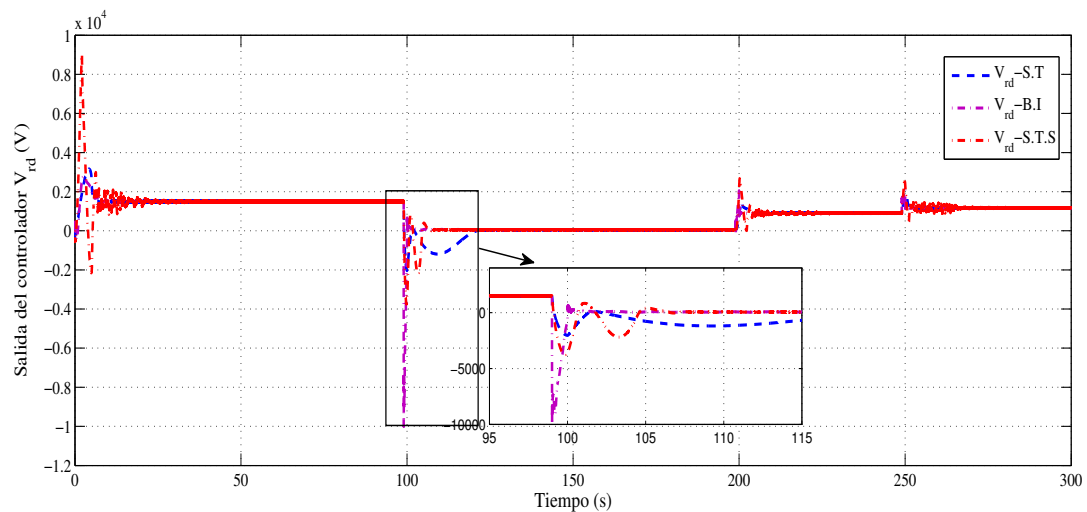


Figura 4.7: Salida del controlador  $V_{rd}$ .

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

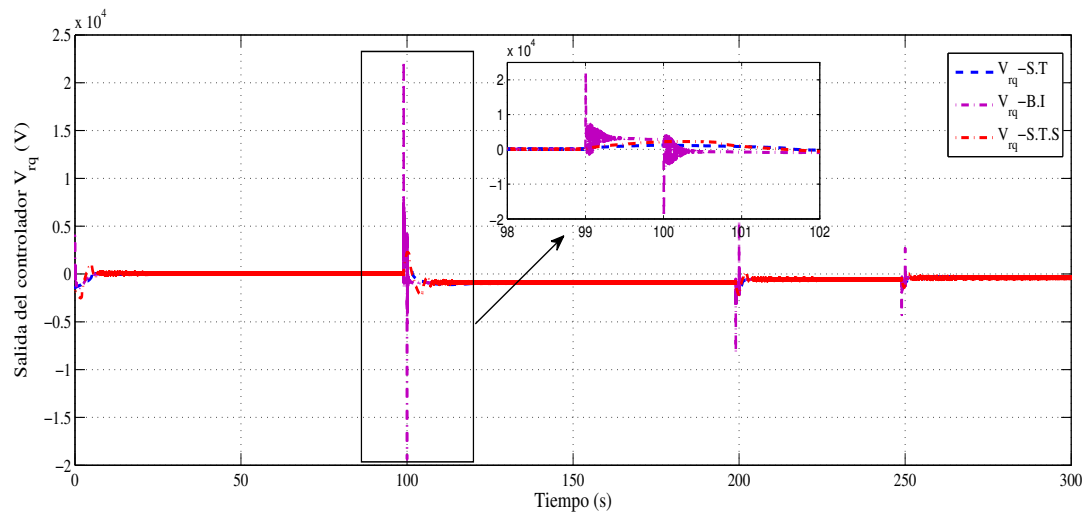


Figura 4.8: Salida del controlador  $V_{rq}$ .

#### Perfil de viento variable

Para mostrar el desempeño del controlador bajo la acción de turbulencia en el viento durante 5 minutos, se introduce el perfil de viento turbulento mostrado en la Figura 4.9.

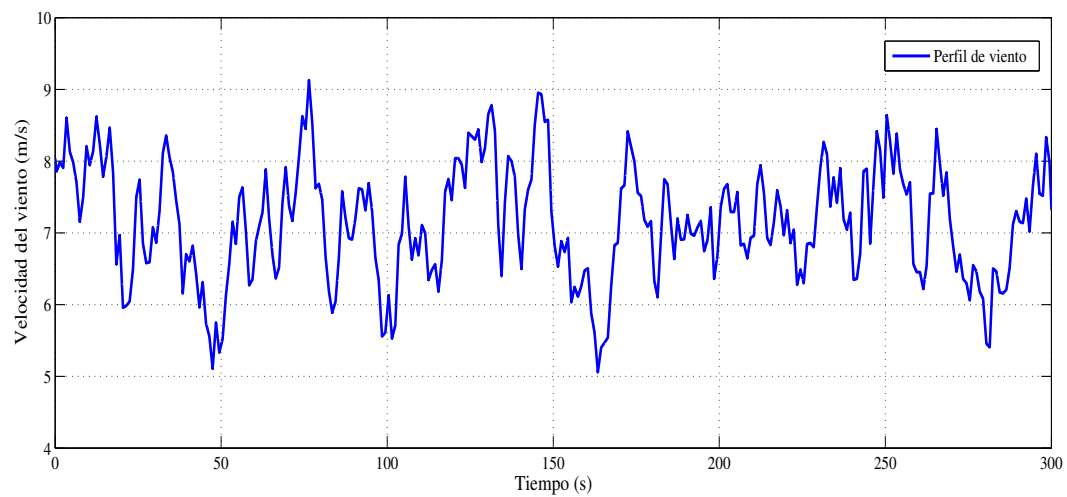


Figura 4.9: Perfil de viento variable.

Como se muestra claramente en la Figura 4.10 se ha logrado una convergencia rápida, de aproximadamente 3 segundos de la velocidad del rotor de la turbina a la velocidad óptima bajo la

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

acción de los dos controladores basados en el algoritmo Super Twisting y una convergencia de aproximadamente 5 segundos para el control Backstepping. Además, una vez que la velocidad de la turbina alcanza la velocidad óptima bajo la acción de los tres controladores no la abandona. Por otra parte, se prueba que las estrategias de control son robustas, a pesar de las perturbaciones causadas por la turbulencia de la velocidad del viento y las dinámicas no modeladas.

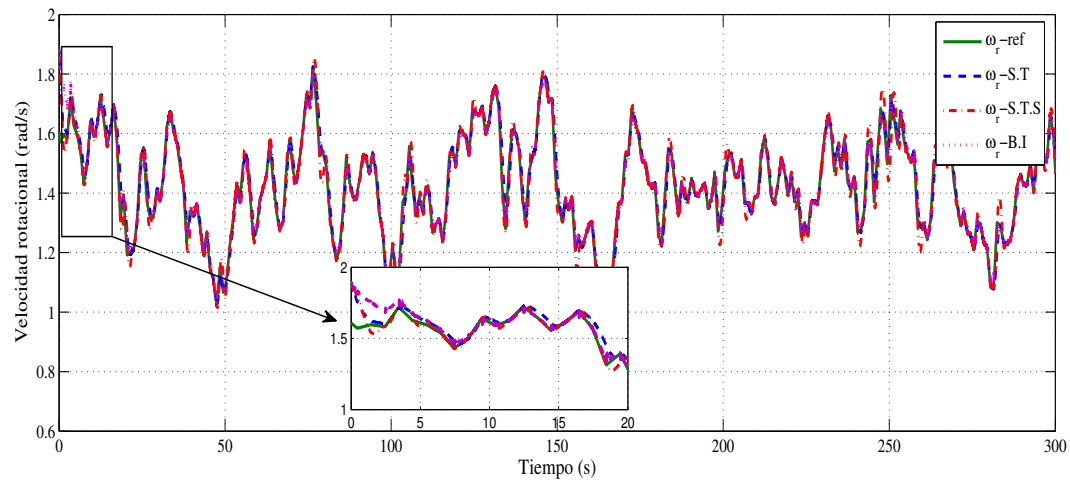


Figura 4.10: Desempeño del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina  $\omega_{rt}$ .

Los errores de seguimiento entre la velocidad actual del rotor de la turbina y la velocidad óptima bajo la acción de los tres controladores se muestran en la Figura 4.11, en donde se observa que los tres errores de seguimiento se mantienen cerca de cero.

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

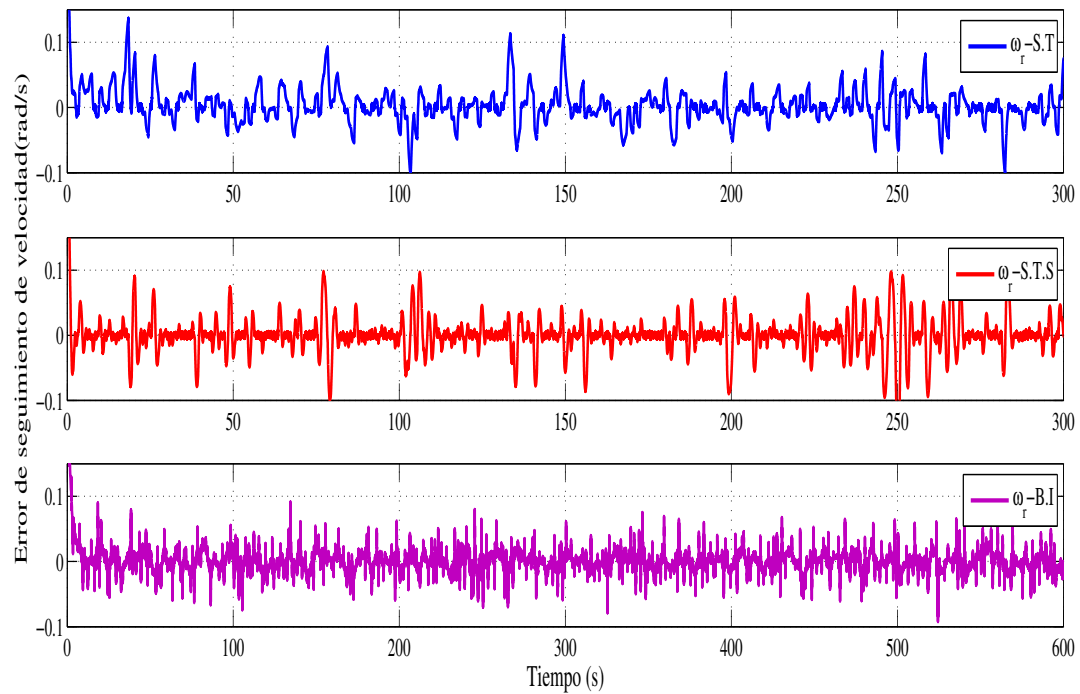


Figura 4.11: Errores de seguimiento de las estrategias de control.

Además, en la Figura 4.12 se muestra un buen desempeño de la regulación de la componente  $d$  del rotor de la corriente  $I_{rd}$ , la cual fue seleccionada tal que la potencia reactiva sea igual a cero. Sin embargo, la respuesta más rápida se obtiene del controlador Backstepping.

Estos resultados muestran que bajo la acción de los controladores propuestos la componente  $d$  de la corriente del rotor  $I_{rd}$  y la velocidad del rotor de la turbina  $\omega_{rt}$  siguen sus respectivos valores de referencia con perfiles suaves y comportamiento libre de oscilaciones de alta frecuencia.

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

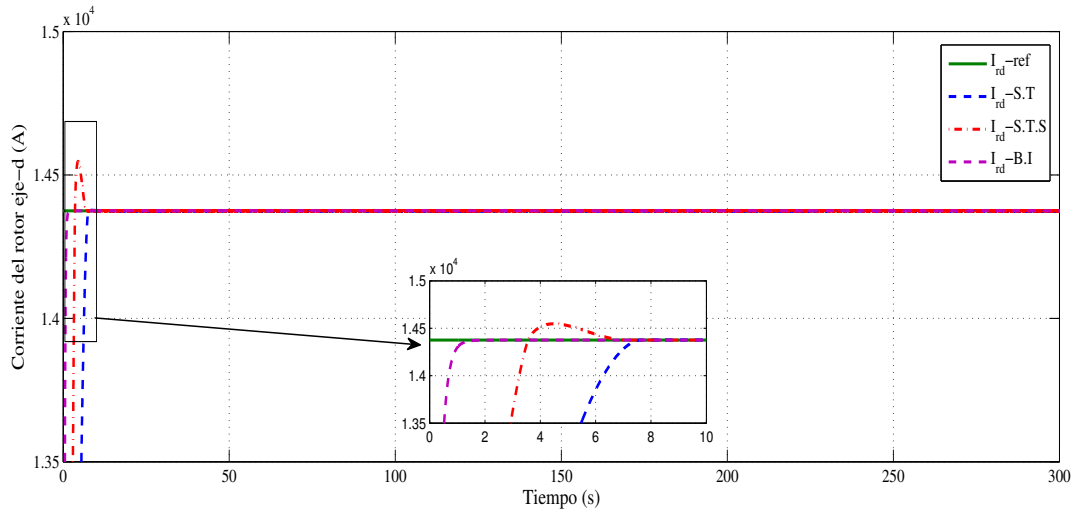


Figura 4.12: Desempeño de la regulación de la corriente del rotor  $I_{rd}$ .

Los errores de seguimiento entre la componente  $d$  de la corriente del rotor  $I_{rd}$  actual y la deseada se muestran en la Figura 4.13 en donde se establece una rápida convergencia a cero.

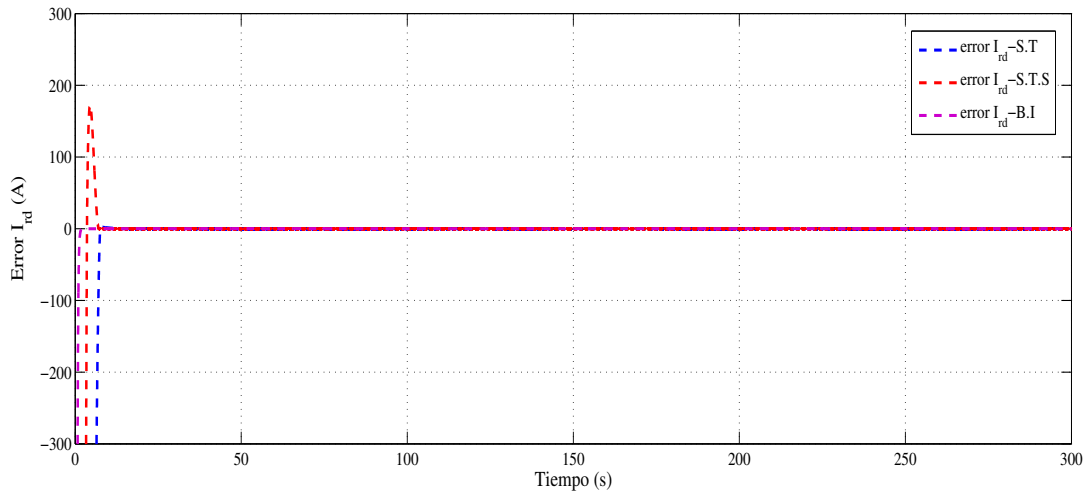


Figura 4.13: Errores de seguimiento de la regulación de la corriente del rotor  $I_{rd}$ .

Debido a que se logra el seguimiento de la velocidad rotacional óptima de la turbina como se muestra en la Figura 4.10, el coeficiente de potencia  $C_p$  debe converger a su valor máximo  $C_{pmax} = 0.5$ . En la Figura 4.14 se muestra el coeficiente de potencia promediado en el tiempo, en donde se puede observar que en los tres resultados el valor del  $C_p$  se encuentra muy cerca de su valor

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

máximo con una pequeña discrepancia debido a los métodos aeroelásticos que utiliza el software FAST para deducir las soluciones en el tiempo de la aerodinámica de la turbina.

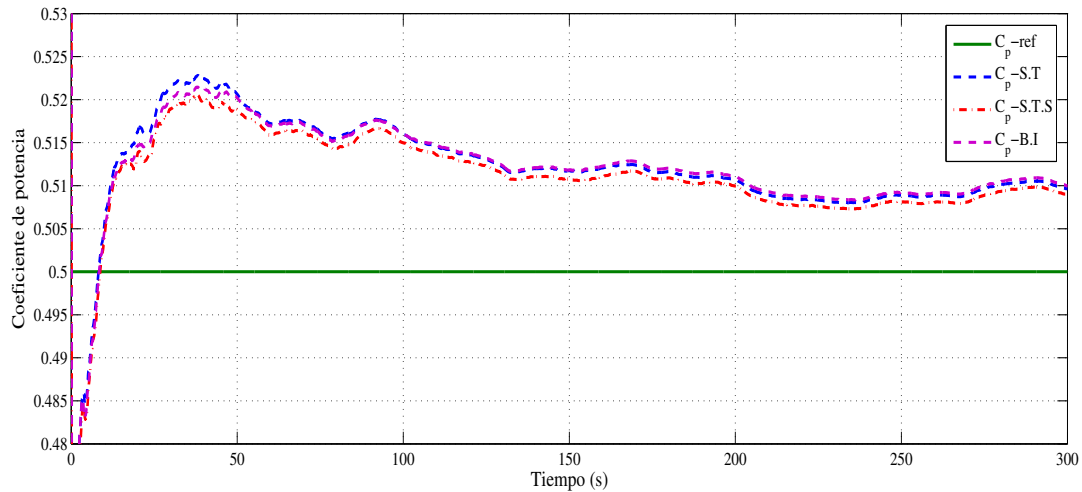


Figura 4.14: Coeficiente de potencia.

Como se observa en la Figura 4.14 el coeficiente de potencia alcanza y permanece cerca de su valor máximo, por lo tanto, esto lleva a lograr al seguimiento del máximo punto de potencia. De acuerdo con la ecuación (2.2) la máxima extracción de potencia ocurre cuando el coeficiente de potencia se mantiene en su valor máximo  $C_{pmax}$  para una velocidad del viento dada correspondiente a la Región 2.

La Figura 4.15 muestra el seguimiento de la máxima potencia aerodinámica considerando el valor del coeficiente de potencia promediado en el tiempo, en donde se puede apreciar un buen desempeño de la maximización de la extracción de potencia.



#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLIFICADO

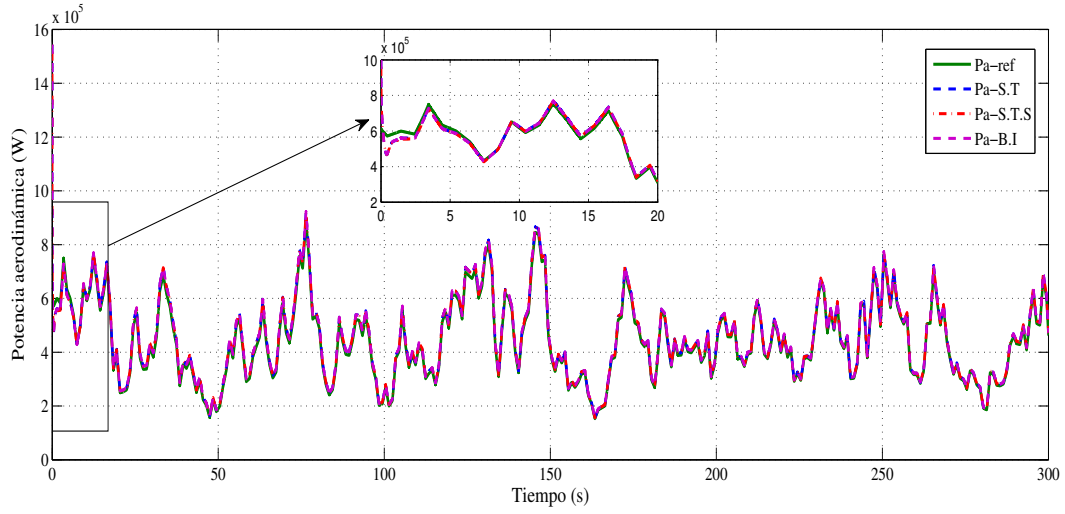


Figura 4.15: Seguimiento de la máxima potencia aerodinámica.

Tomando en cuenta los resultados en las Figuras 4.10 y 4.11, y mediante el uso del criterio del error cuadrático medio ECM se obtuvo lo siguiente:

$$ECM_{ST} = 0.000791 \quad ECM_{BI} = 0.000689 \quad ECM_{STS} = 0.000731$$

en donde  $ECM_{ST}$ ,  $ECM_{BI}$  y  $ECM_{STS}$  representan los errores cuadráticos medios del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina bajo la acción de los controladores Super Twisting convencional, Backstepping y Super Twisting simplificado.

Entonces, de acuerdo a los resultados obtenidos del ECM para cada control, se obtiene que  $ECM_{ST} > ECM_{STS} > ECM_{BI}$ . Adicionalmente, se muestran los resultados con base en el índice integral del valor absoluto del error IAE:

$$IAE_{ST} = 5.5221 \quad IAE_{BI} = 3.0392 \quad IAE_{STS} = 5.3950$$

en donde  $IAE_{ST}$ ,  $IAE_{BI}$  y  $IAE_{STS}$  representan los resultados de la integral del valor absoluto del error del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina bajo la acción de los controladores Super Twisting convencional, backstepping, y Super Twisting simplificado, obteniendo que  $IAE_{ST} > IAE_{STS} > IAE_{BI}$ .

Es decir, que el control backstepping tiene un mejor desempeño al realizar el seguimiento de

#### 4.3. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES BACKSTEPPING Y SUPER TWISTING SIMPLE

la señal de referencia de la velocidad rotacional  $\omega_{rt}$  comparado con los otros controladores.

Finalmente, se muestra la evolución de las salidas de retroalimentación propuestas  $V_{rd}$  y  $V_{rq}$  en las Figuras 4.16 y 4.17, en donde se puede observar que el controlador backstepping muestra picos altos en la señal de control  $V_{rq}$ , lo que puede ocasionar desgaste en la máquina eléctrica.

Respecto a las señales de control basadas en la técnica Super Twisting se logra un control de energía baja libre de oscilaciones de alta frecuencia, lo cual produce menores costos para todo el sistema y ayuda a mantener una operación de la máquina segura.

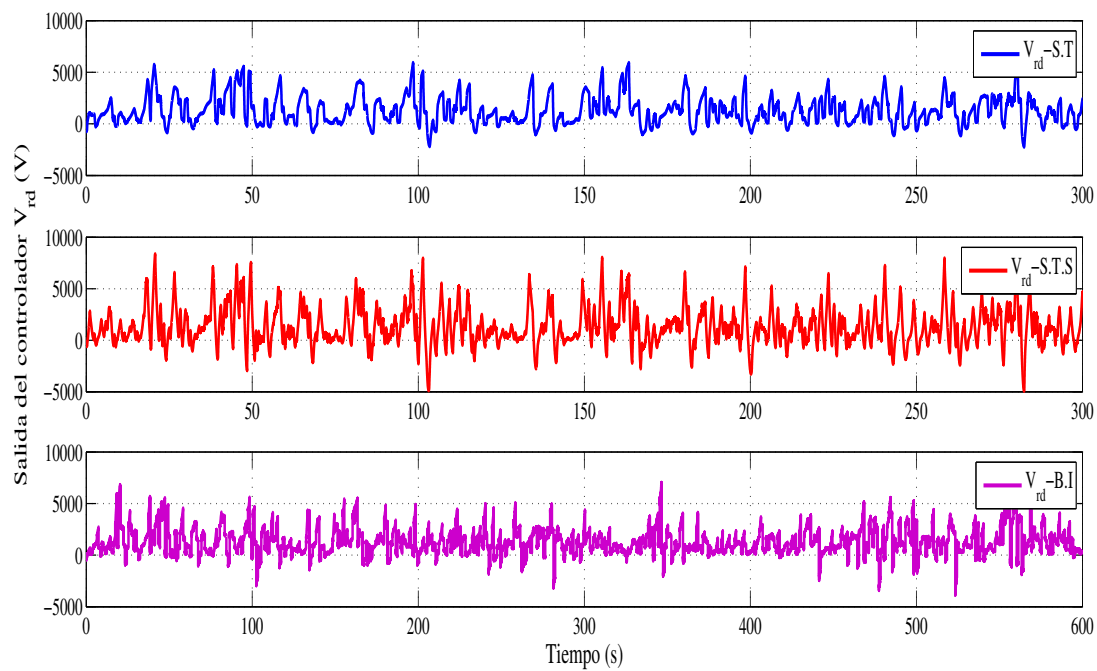


Figura 4.16: Salida del controlador  $V_{rd}$ .

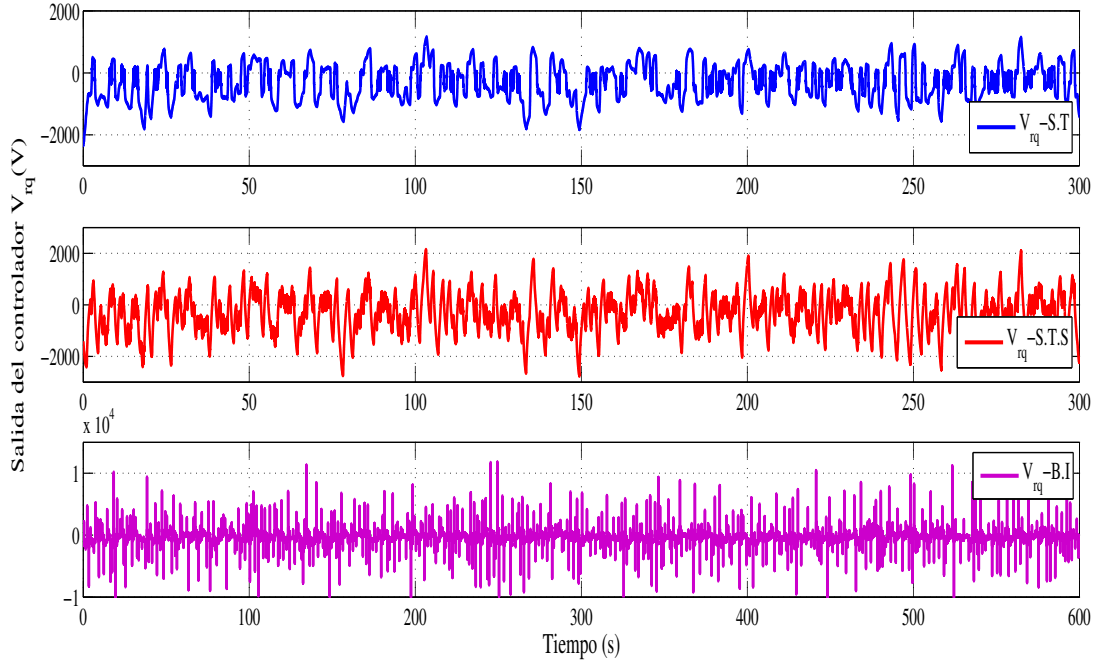


Figura 4.17: Salida del controlador  $V_{rq}$ .

#### 4.4. Resultados en simulación del controlador Super Twisting adaptable simplificado

A continuación, se presentan los resultados en simulación de la estrategia de control Super Twisting adaptable simplificado (por sus siglas en inglés SAST). Con el objetivo de verificar el desempeño del controlador propuesto se introducen dos algoritmos Super Twisting Adaptables, el Super Twisting Adaptable (por sus siglas en inglés ASTW) propuesto en [57] y el Super Twisting Adaptable Simplificado (por sus siglas en inglés SASTW) propuesto en [58]. Por lo tanto, las leyes de control de los algoritmos adicionales estarán definidas de la siguiente manera.

**Super Twisting Adaptable ASTW** la entrada de control  $v$  se define como

$$v = -\alpha(t) |s|^{1/2} \text{sign}(s) - \int_0^t \frac{\beta(\tau)}{2} \text{sign}(s) d\tau \quad (4.1)$$

donde las ganancias  $\alpha(t)$  y  $\beta(\tau)$  son determinadas de acuerdo con la siguiente ley de adaptación

$$\dot{\alpha}(t) = \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\kappa_1}{2}} \text{sign}(|s| - \mu) & \text{si } \alpha > \alpha_m \\ \eta & \text{si } \alpha < \alpha_m \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\beta(\tau) = 2\epsilon\alpha$$

con  $\alpha_m, \epsilon, \kappa_1, \mu$  y  $\eta$  constantes positivas. Además el parámetro  $\alpha_m$  toma un valor muy pequeño a fin de asegurar la positividad de  $\alpha(t)$

**Nuevo Super Twisting Adaptable Simplificado SASTW** la entrada de control  $v$  se define como

$$v = -2\kappa(t) |s|^{1/2} \text{sign}(s) - \int_0^t \frac{\kappa^2(\tau)}{2} \text{sign}(s) d\tau \quad (4.3)$$

con la ley de adaptación  $\kappa(t)$  definida de la siguiente manera

$$\dot{\kappa}(t) = \begin{cases} \kappa(t)(|s| - \mu) & \text{si } \kappa(t) > L_m \\ L_m & \text{si } \kappa(t) < L_m \end{cases} \quad (4.4)$$

donde  $L_m$  y  $\mu$  son constantes positivas. Por otra parte, el parámetro  $L_m$  toma un valor suficientemente pequeño que asegure la positividad de  $\kappa(t)$ .

#### 4.4.1. Condiciones de operación

Para verificar la efectividad de los controladores se utilizarán los archivos de FAST WindPACT 1.5MW correspondientes a una turbina eólica de velocidad variable de 1.5MW con los grados de libertad activados mostrados en la Tabla 4.1.

La turbina se someterá a un perfil de viento turbulento basado en el modelo de espectro de turbulencia Kaimal por 5 minutos, en donde las condiciones meteorológicas se muestran en la Tabla 4.2.

Los parámetros de la turbina eólica contenidos en los archivos de entrada de FAST y los parámetros del generador utilizados para las simulaciones están dados en la Tablas 4.3 y Tabla 4.4 respectivamente. Las simulaciones fueron realizadas utilizando el algoritmo de integración Euler con un paso de integración de 0.05 segundos.

Finalmente, las leyes de adaptación de las ganancias de los controladores ASTW, SAST y SASTW fueron seleccionadas de acuerdo a las condiciones establecidas en la Sección 3.4 y con base en las metodologías establecidas en [57, 58], de tal manera que se garantizará estabilidad en tiempo finito y buenos resultados. Los parámetros utilizados para el diseño de la ley de adaptación de las ganancias de los controladores se puede ver en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6: Ganancias y parámetros de los controladores adaptables

Controlador	Ganancias	Parámetros
ASTW	$\alpha_\omega(t), \beta_\omega(t)$	$\alpha_m = 40, \epsilon = 1, \omega_1 = 15, \kappa_1 = 2, \mu = 10, \eta = 40$
	$\alpha_{Ird}(t), \beta_{Ird}(t)$	$\alpha_{m1} = 1, \epsilon_1 = 1, \omega_2 = 10, \kappa_2 = 1, \mu_1 = 1, \eta_1 = 1$
SAST	$2L_\omega(t), \frac{I_\omega^2}{2}(t)$	$L^* = 45, k_4 = 5$
	$2L_{Ird}(t), \frac{I_{Ird}^2}{2}(t)$	$L_1^* = 10, k_5 = 0.38$
SASTW	$2\kappa_\omega(t), \frac{\kappa_\omega^2}{2}(t)$	$L_{m1} = 80, \mu_1 = 70$
	$2\kappa_{Ird}(t), \frac{\kappa_{Ird}^2}{2}(t)$	$L_{m2} = 150, \mu_2 = 5$

Es posible observar en la Tabla 4.6 que el número de parámetros del cual depende la ley de adaptación para el caso de [57] es mayor en comparación con el algoritmo de control SAST y el algoritmo de control propuesto en [58].

#### 4.4.2. Resultados en simulación

En la Figura 4.18 se muestra el desempeño del seguimiento de la velocidad rotacional de la turbina  $\omega_{rt}$  al valor de referencia, bajo la acción de los tres controladores adaptables, se puede observar que el controlador SASTW tiene un tiempo de respuesta menor en comparación con los otros controladores. Por otra parte, se puede apreciar que la precisión del seguimiento en términos del controlador ASTW no es buena a lo largo del tiempo.

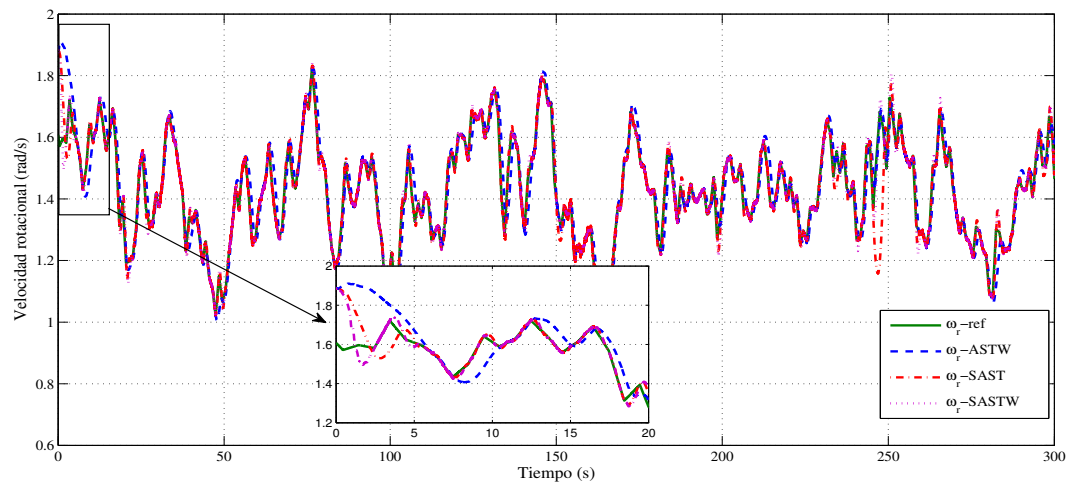


Figura 4.18: Desempeño del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina  $\omega_{rt}$ .

Los errores de seguimiento entre la velocidad actual del rotor de la turbina y la velocidad óptima bajo la acción de los tres controladores se muestran en la Figura 4.19, en donde se observa que los controladores SAST y SASTW se mantienen cerca de cero mientras que el controlador SAST tiene un error de seguimiento mayor.

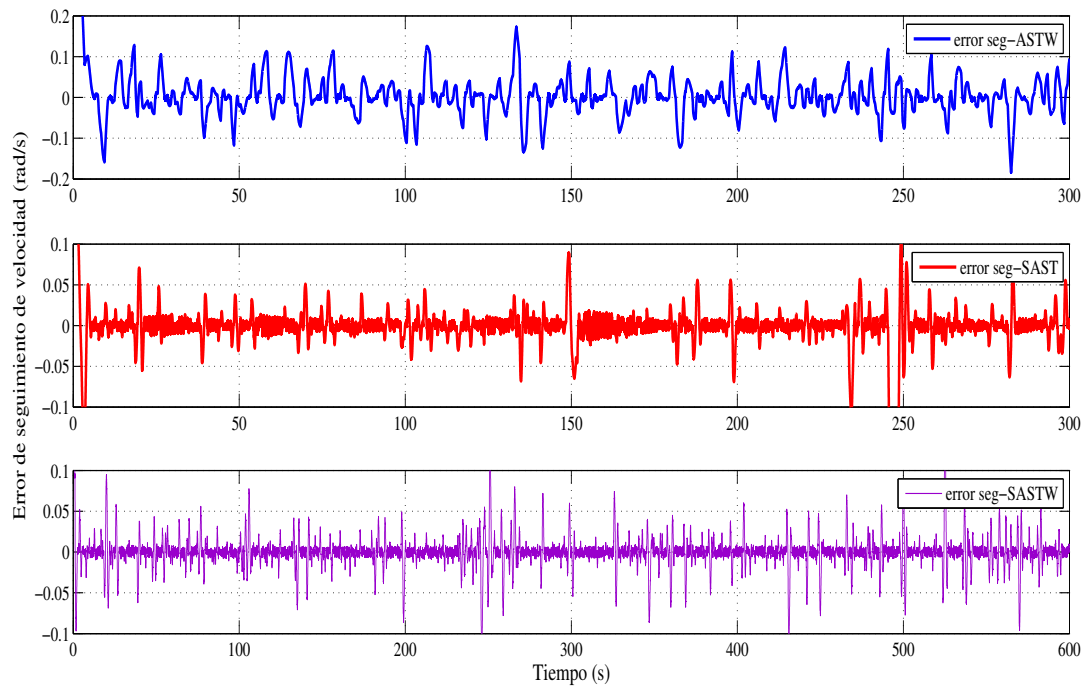


Figura 4.19: Errores de seguimiento de las estrategias de control.

La Figura 4.20 muestra la convergencia de la superficie deslizante a cero, mientras que la Figura 4.21 muestra la eficacia de los algoritmos adaptables propuestos, donde es posible observar que las ganancias  $\alpha_\omega$ ,  $\kappa_\omega$  y  $L_\omega$  de los controladores incrementan hasta que la superficie deslizante se establece, una vez establecida las ganancias empiezan a disminuir hasta que la superficie deslizante se comienza a desviar del punto de equilibrio  $s = 0$ .

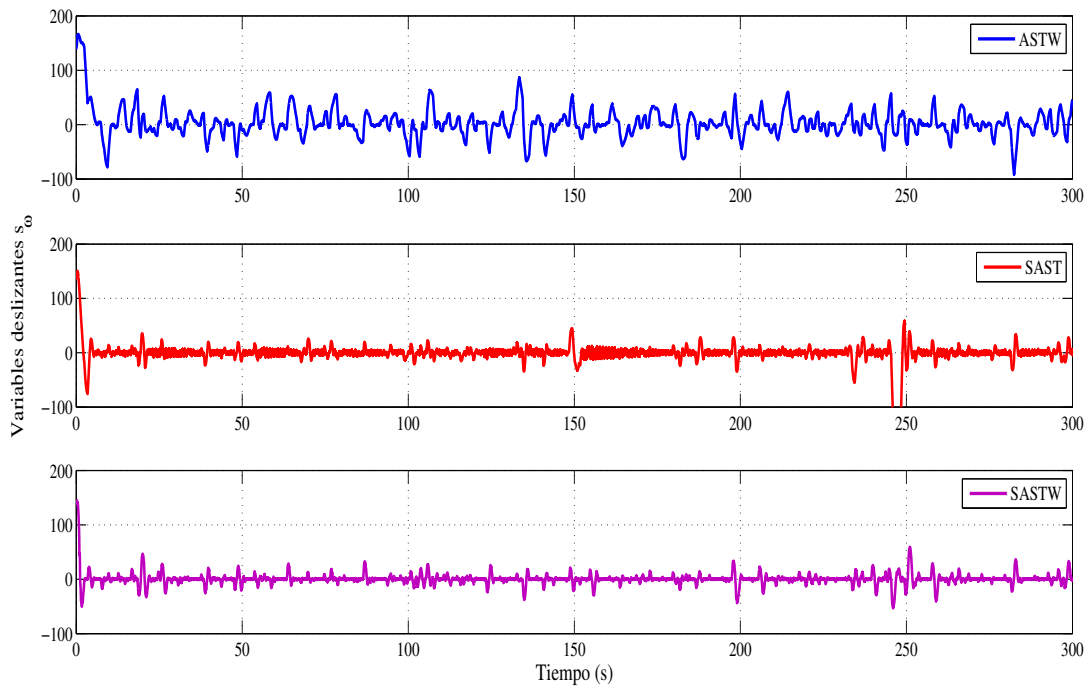


Figura 4.20: Variable deslizante  $s_\omega(t)$ .

La variación de las ganancias ilustra los cambios dinámicos del control respecto a la turbulencia del viento, se puede apreciar que las ganancias de los controladores se ajustan automáticamente con las perturbaciones e incertidumbres del sistema reduciendo el esfuerzo de reajuste para los tres casos.



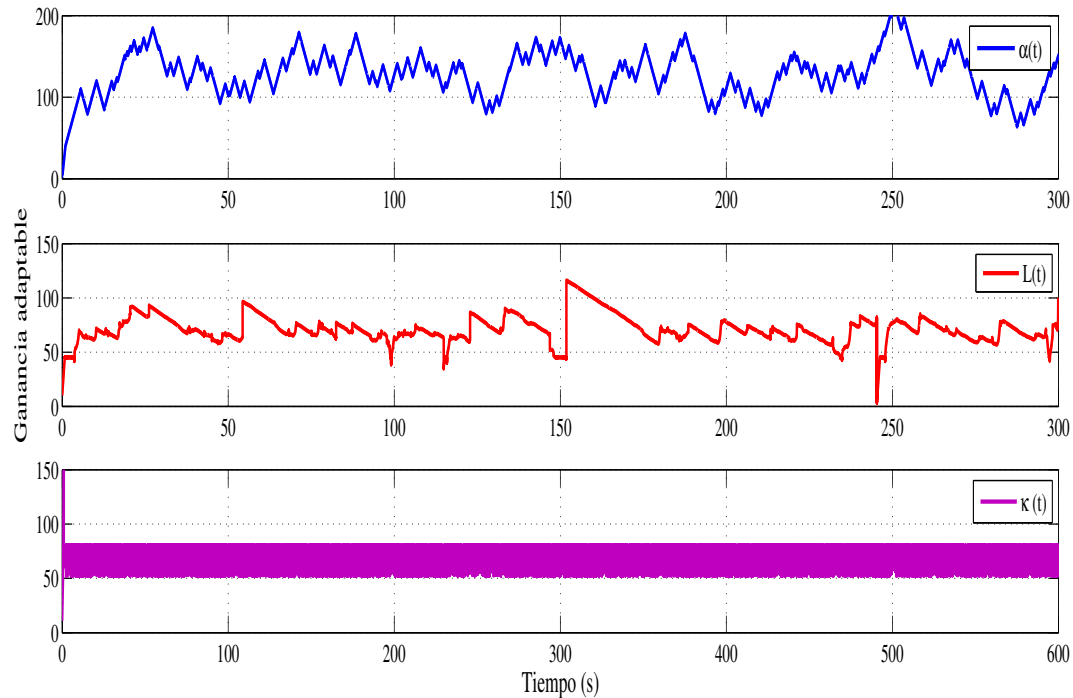


Figura 4.21: Evolución de las ganancias adaptables  $\alpha_\omega, \kappa_\omega, L_\omega$ .

Además, en la Figura 4.22 se muestra un buen desempeño de la regulación de la componente  $d$  del rotor de la corriente  $I_{rd}$  bajo la acción de los tres controladores, la cual fue seleccionada tal que la potencia reactiva sea igual a cero. Se puede apreciar que el controlador SAST tiene un tiempo de respuesta más largo que los otros controladores, de igual manera se observa un sobretiro, el cual llega a ser considerable, sin embargo, se encuentra dentro del rango permitido.

Por otra parte, los controladores ASTW Y SASTW muestran un tiempo de respuesta más corto y menos sobretiro, siendo el SASTW el más rápido.

Estos resultados muestran que bajo la acción de los controladores propuestos la componente  $d$  de la corriente del rotor  $I_{rd}$  y la velocidad del rotor de la turbina  $\omega_{rt}$  siguen sus respectivos valores de referencia con perfiles suaves y comportamiento libre de oscilaciones de alta frecuencia.

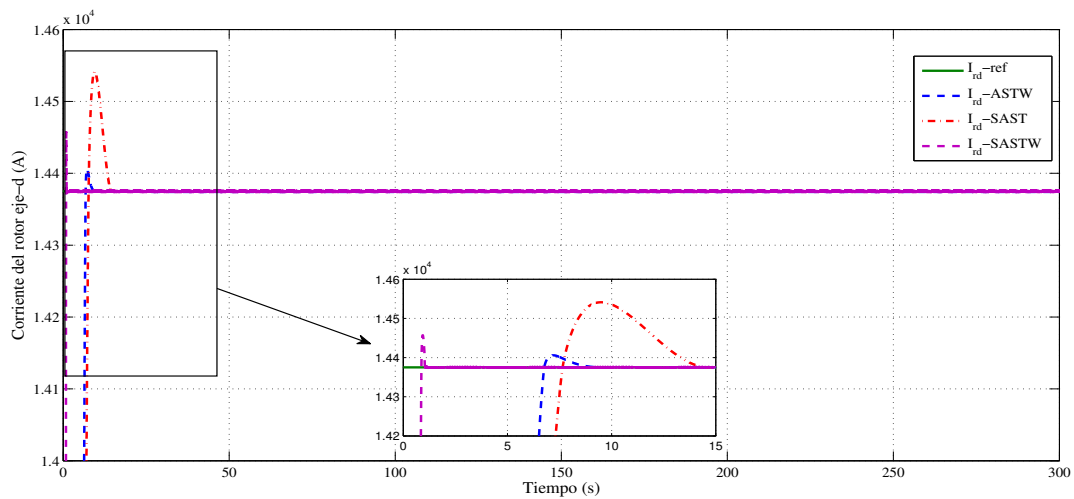


Figura 4.22: Desempeño de la regulación de la corriente del rotor  $I_{rd}$ .

Los errores de seguimiento entre la componente  $d$  de la corriente del rotor  $I_{rd}$  actual y la deseada se muestran en la Figura 4.23 en donde se establece una rápida convergencia a cero para el controlador SASTW.

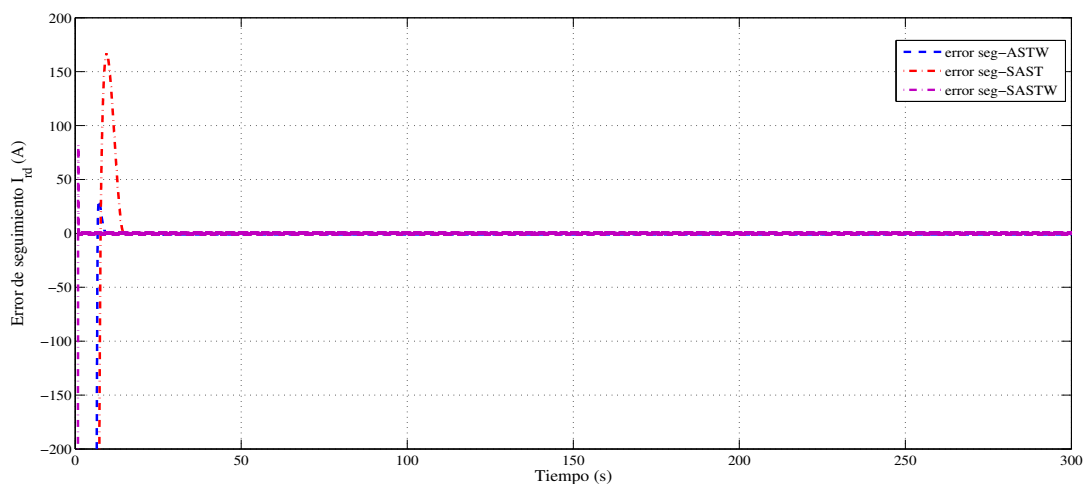


Figura 4.23: Errores de seguimiento de la regulación de la corriente del rotor  $I_{rd}$ .

La Figura 4.24 muestra las variables deslizantes diseñadas para los controladores, mientras que la Figura 4.25 muestra las ganancias  $\alpha_{I_{rd}}$ ,  $\kappa_{I_{rd}}$  y  $L_{I_{rd}}$ . La variación de las ganancias ilustra los cambios dinámicos del control respecto a la turbulencia del viento.

#### 4.4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR SUPER TWISTING ADAPTABLE SIMPLIFICADO

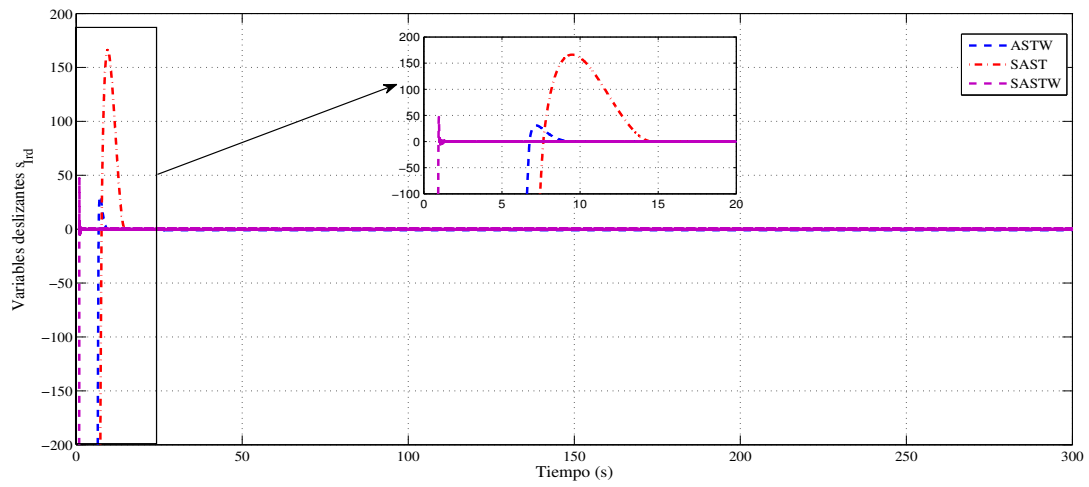


Figura 4.24: Variable deslizante  $s_{Ird}(t)$ .

Ambos controladores SAST y SASTW muestran un mejor desempeño que el ASTW en la regulación de la corriente  $I_{rd}$ .

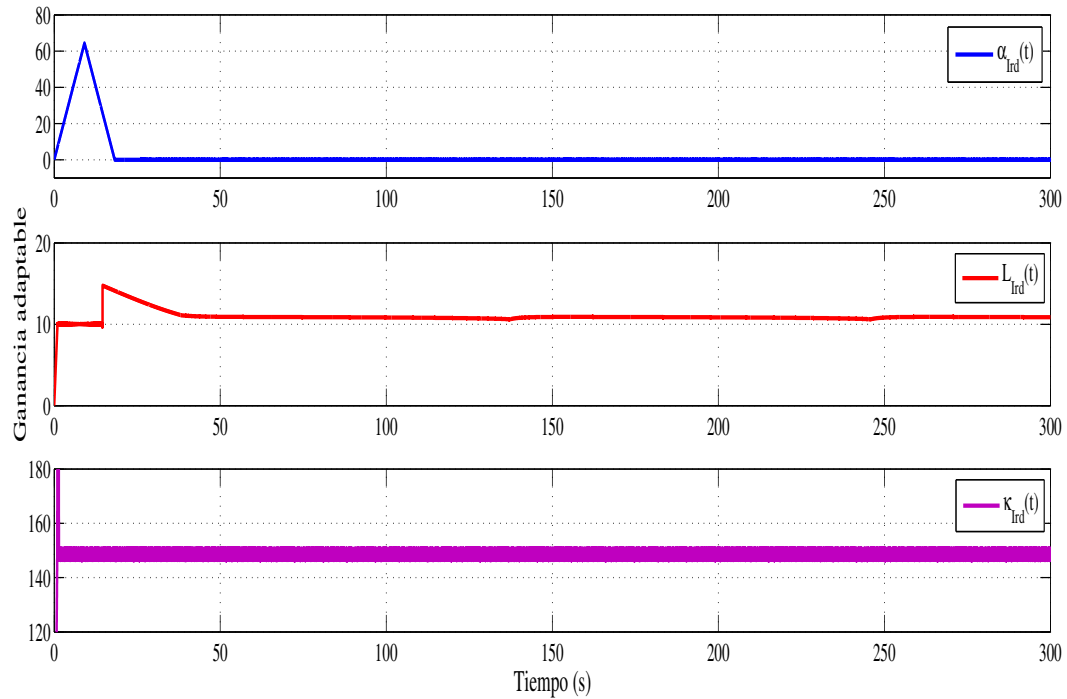


Figura 4.25: Evolución de las ganancias adaptables  $\alpha_{Ird}, \kappa_{Ird}, L_{Ird}$ .

#### 4.4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR SUPER TWISTING ADAPTABLE SIMPLIFICADO

De acuerdo a los resultados del seguimiento de la velocidad rotacional óptima de la turbina se espera que el coeficiente de potencia alcance su valor máximo, y consecuentemente se logre la máxima extracción de potencia.

En las Figuras 4.26 y 4.27 se muestran el coeficiente de potencia promediado en el tiempo y la potencia aerodinámica extraída respectivamente.

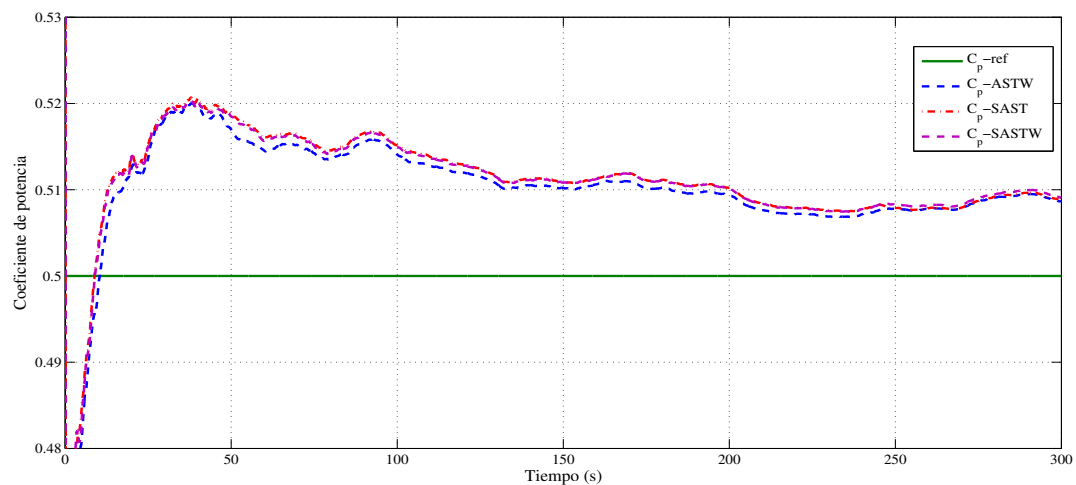


Figura 4.26: Coeficiente de potencia.

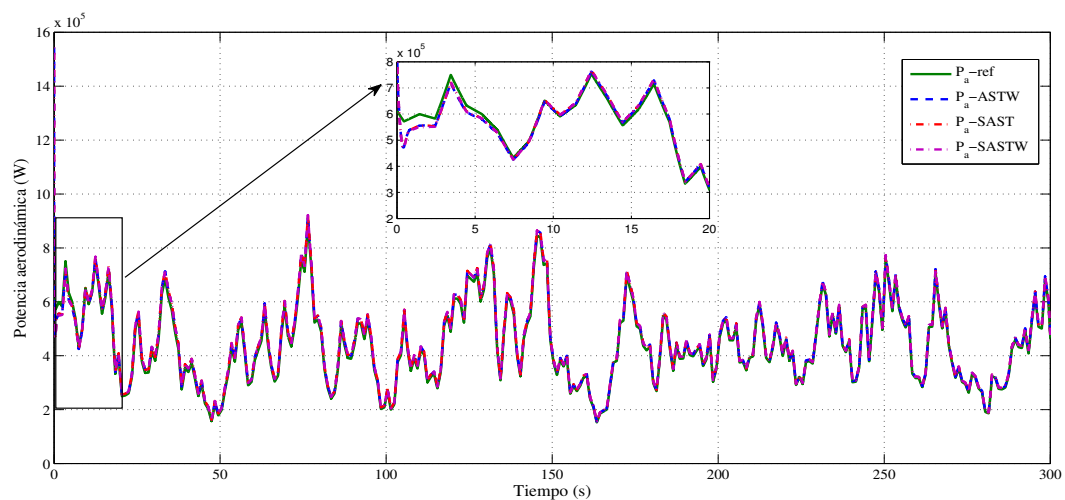


Figura 4.27: Seguimiento de la máxima potencia aerodinámica.

#### 4.4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR SUPER TWISTING ADAPTABLE SIMPLIFICADO

Como fue esperado el coeficiente de potencia alcanza su valor máximo y consecuentemente se logra la máxima extracción de potencia.

Tomando en cuenta los resultados de las Figuras 4.18 y 4.19, y mediante el uso del criterio del error cuadrático medio ECM se obtuvo lo siguiente:

$$ECM_{ASTW} = 0.0029 \quad ECM_{SAST} = 0.0020 \quad ECM_{SASTW} = 0.00058$$

en donde  $ECM_{ASTW}$ ,  $ECM_{SAST}$  y  $ECM_{SASTW}$  representan los errores cuadráticos medios del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina bajo la acción de los controladores ASTW, SAST y SASTW.

Entonces, de acuerdo a los resultados obtenidos del ECM para cada control, se obtiene que  $ECM_{ASTW} > ECM_{SAST} > ECM_{SASTW}$ . Adicionalmente, se muestran los resultados con base en el índice integral del valor absoluto del error IAE:

$$IAE_{ASTW} = 10.1782 \quad IAE_{SAST} = 4.5160 \quad IAE_{SASTW} = 3.4656$$

en donde  $IAE_{ASTW}$ ,  $IAE_{SAST}$  y  $IAE_{SASTW}$  representan los resultados de la integral del valor absoluto del error del seguimiento de la velocidad del rotor de la turbina bajo la acción de los controladores ASTW, SAST y SASTW, obteniendo que  $IAE_{ASTW} > IAE_{SAST} > IAE_{SASTW}$ .

Es decir, que el control SASTW tiene un mejor resultado para realizar el seguimiento de la señal de referencia de la velocidad rotacional  $\omega_{rt}$  comparado con los otros controladores.

Finalmente, se muestra la evolución de las salidas de retroalimentación propuestas  $V_{rd}$  y  $V_{rq}$  en las Figuras 4.28 y 4.29, en donde se puede observar que los resultados de los controladores son muy similares en la señal  $V_{rd}$ , mostrando una señal de control suave y libre de oscilaciones de alta frecuencia. Sin embargo, en los resultados de la señal de control  $V_{rq}$  se aprecia para el controlador SASTW ligera presencia de oscilaciones de alta frecuencia. Por otra parte, la energía de control requerida para los controladores adaptables es menor a la requerida por los controladores propuestos anteriormente.

#### 4.4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR SUPER TWISTING ADAPTABLE SIMPLIFICADO

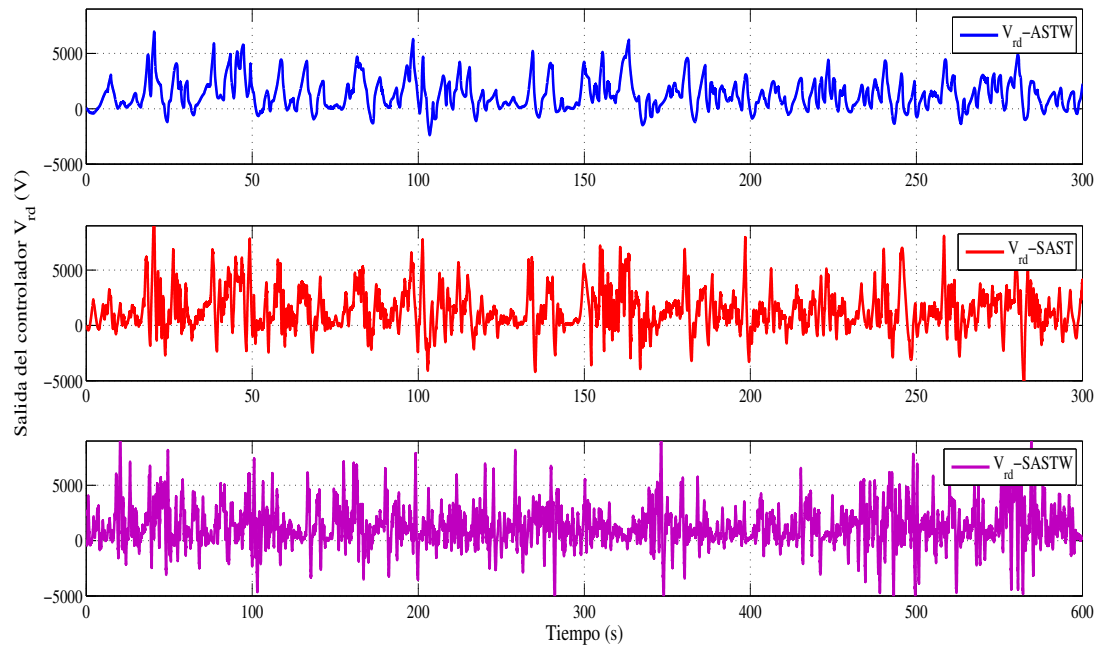


Figura 4.28: Salida del controlador  $V_{rd}$ .

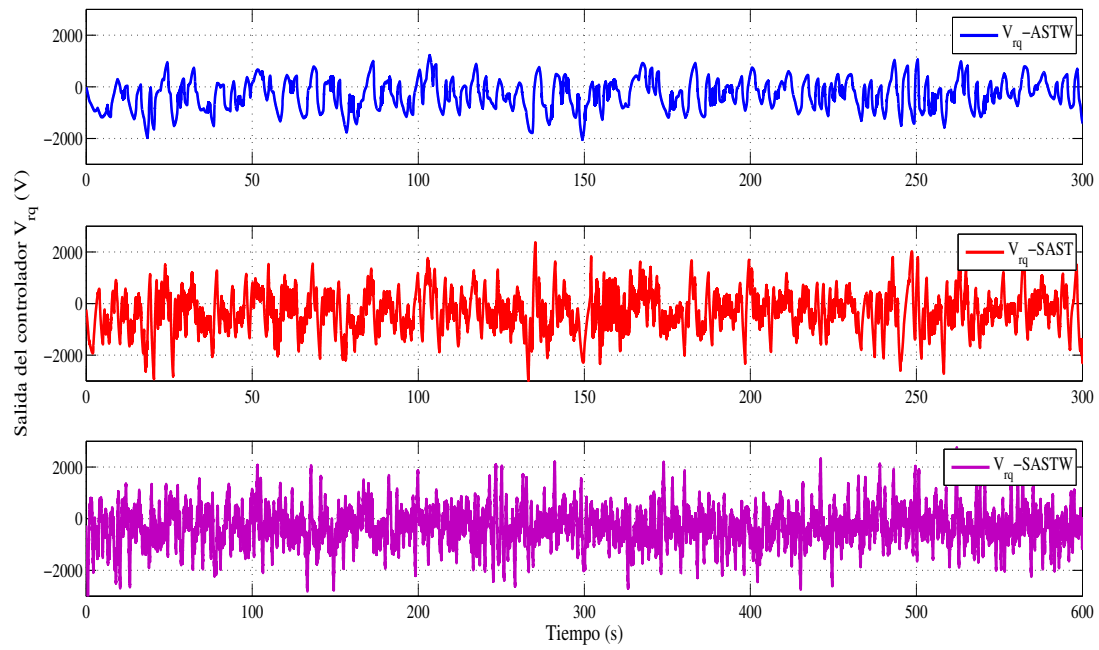


Figura 4.29: Salida del controlador  $V_{rq}$ .

## 4.5. Estudio Comparativo

En las Tablas 4.7 y 4.8 se muestra el resumen de los resultados en simulación de las estrategias de control propuestas, en donde se utilizaron los índices del error cuadrático medio ECM y la integral del valor absoluto del error IAE para evaluar el desempeño de los controladores con base en los objetivos de control.

Tabla 4.7: Estudio comparativo del seguimiento de  $\omega_{rtopt}$ .

Controlador	Perfil de viento	ECM	IAE
Super Twisting	Fijo	0.0047	5.6669
Super Twisting Simplificado	Fijo	0.0023	2.8439
Backstepping	Fijo	0.0025	2.8574
Super Twisting	Variable	0.000791	5.5221
Super Twisting Simplificado	Variable	0.000731	5.3950
Backstepping	Variable	0.000689	3.0392
ASTW	Variable	0.0029	10.1782
SAST	Variable	0.0020	4.5160
SASTW	Variable	0.00058	3.4656

Tabla 4.8: Estudio comparativo de la regulación de  $I_{rd}$

Controlador	Perfil de viento	ECM	IAE
Super Twisting	Fijo	0.0000134	1.4666
Super Twisting Simplificado	Fijo	0.00000338	0.4940
Backstepping	Fijo	$4.0804 \times 10^{-22}$	$4.5409 \times 10^{-9}$
Super Twisting	Variable	0.0014	0.5177
Super Twisting Simplificado	Variable	0.00000338	0.4940
Backstepping	Variable	$6.2040 \times 10^{-22}$	$3.8986 \times 10^{-9}$
ASTW	Variable	0.9829	276.4223
SAST	Variable	0.0000047506	0.5372
SASTW	Variable	0.1562	96.9409

De acuerdo a los resultados obtenidos de ambos índices de desempeño, se concluye que el algoritmo Super Twisting simplificado muestra el mejor desempeño para llevar a cabo el seguimiento de la velocidad rotacional óptima bajo un perfil de viento fijo con cambios repentinos en el viento. Sin embargo, los valores obtenidos del IAE son mayores que los del ECM debido a la precisión de la metodología.

Para el caso de turbulencia en el viento, la técnica de control Backstepping muestra los mejores resultados en cuanto al desempeño del seguimiento de la velocidad rotacional óptima de la turbina y la regulación de la corriente del rotor del generador. Sin embargo, la energía requerida para llevar a cabo los objetivos de control es mayor en comparación con las técnicas de control basadas en el algoritmo Super Twisting.

Por otro lado, de las Tablas 4.7 y 4.8 se concluye que el controlador SASTW es una opción viable, ya que muestra una mayor precisión en el seguimiento de la velocidad rotacional óptima de la turbina y la regulación de la corriente del rotor del generador bajo un perfil de viento turbulento, permitiendo un control menos energético gracias a la ley de adaptación de las ganancias del controlador.

## 4.6. Conclusiones

En esta sección se mostraron los resultados en simulación de las estrategias de control propuestas bajo diferentes escenarios de operación de la turbina eólica de velocidad variable, en donde se dieron a conocer las condiciones de operación, así como los parámetros y ganancias utilizadas.



# Conclusiones

En este trabajo se presentó una solución para el problema de la maximización de la extracción de potencia en una turbina eólica de velocidad variable basada en un generador de inducción doblemente alimentado, en donde se estableció un modelo matemático, el cual comprende las partes más importantes del sistema tales como los subsistemas aerodinámico, mecánico y eléctrico así como perturbaciones e incertidumbres paramétricas.

A partir de este modelo, se diseñaron estrategias de control basadas en el algoritmo Super Twisting que permiten el seguimiento del máximo punto de potencia para diferentes velocidades del viento comprendidas en la Región 2 de operación. También, se diseñaron estrategias de control basadas en el algoritmo Super Twisting que permiten el seguimiento de la corriente de cuadratura del estator del generador deseada, tal que, la potencia reactiva en el estator del generador es igual a cero.

En primer lugar, se propuso una modificación del algoritmo Super Twisting clásico en donde se presentó un análisis de estabilidad a partir de una función de Lyapunov, en el cual se obtuvieron condiciones suficientes para asegurar la convergencia de las trayectorias a cero. A partir de estas condiciones suficientes las ganancias del controlador propuesto son más fáciles de seleccionar en comparación con algoritmos de control propuestos en la literatura, ya que las ganancias del controlador dependen únicamente de un parámetro para lograr la sintonización.

Para mostrar la efectividad y el desempeño del algoritmo de control Super Twisting simplificado se realizó un estudio comparativo a partir de los índices de desempeño del error cuadrático medio y de la integral del valor absoluto del error, entre el algoritmo Super Twisting clásico y el algoritmo de control Backstepping, en donde se demostró la aplicabilidad del algoritmo de control propuesto ya que muestra el mejor desempeño para lograr los objetivos de control en presencia

de incertidumbres/perturbaciones.

Derivado del problema de la sobreestimación de las ganancias provocado por el desconocimiento de las cotas de las perturbaciones en el sistema se presentó también una alternativa de control basada en el algoritmo Super Twisting adaptable para eliminar la sobre estimación de las ganancias y reducir el número de parámetros de los cuales dependen las leyes de adaptación. Para este fin se realizó de igual manera un estudio comparativo entre las estrategias de control propuestas en la literatura. Como resultado, se ha mostrado a través de simulaciones la alta efectividad del algoritmo de control adaptativo así como la reducción del número de parámetros de los cuales depende la ley de adaptación de las ganancias, preservando las características del algoritmo Super Twisting tales como la convergencia en tiempo finito y la atenuación de oscilaciones de alta frecuencia.

Se concluye que el algoritmo de control Super Twisting simplificado es ideal para llevar a cabo tareas de control en presencia de dinámicas no modeladas, perturbaciones e incertidumbres paramétricas siempre y cuando sea conocida la cota de la perturbación, así como la de su derivada, de lo contrario es necesario seleccionar parámetros con valores suficientemente grandes para reducir el efecto de las perturbaciones.

Para el caso de no tener conocimiento de esta información, se presentan dos alternativas basadas en una ley de adaptación de las ganancias del algoritmo Super Twisting, las cuales son potencialmente aplicables; el control SAST y SASTW. Finalmente, la robustez y eficiencia de los algoritmos de control propuestos han sido verificadas bajo escenarios realistas y dinámicos utilizando el software FAST de NREL.

Como trabajo futuro se pretende desarrollar algoritmos de estimación e identificación basados en la técnica de modos deslizantes que permitan reducir el número de sensores en el sistema y tener un conocimiento preciso de las variaciones paramétricas que puedan existir en los diferentes subsistemas de las turbinas eólicas. Además, se desarrollará un análisis detallado de la máquina eléctrica y sus dispositivos electrónicos de potencia. También, se pretende extender los objetivos de control de potencia a turbinas eólicas de velocidad variable flotantes, así como un estudio comparativo entre la máquina síncrona de imanes permanentes y el generador de inducción doblemente alimentado.

# Bibliografía

- [1] F. Golnary and H. Moradi, “Dynamic modelling and design of various robust sliding mode controls for the wind turbine with estimation of wind speed,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 65, pp. 566–585, 2019.
- [2] J. F. Manwell, J. G. McGowan, and A. L. Rogers, *Wind energy explained: theory, design and application*. John Wiley & Sons, 2010.
- [3] F. P. G. Márquez, J. M. P. Pérez, A. P. Marugán, and M. Papaelias, “Identification of critical components of wind turbines using fta over the time,” *Renewable Energy*, vol. 87, pp. 869–883, 2016.
- [4] A. Susperregui, J. Jugo, I. Lizarraga, and G. Tapia, “Automated control of doubly fed induction generator integrating sensorless parameter estimation and grid synchronisation,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 8, no. 1, pp. 76–89, 2014.
- [5] N. Patil and Y. Bhosle, “A review on wind turbine generator topologies,” in *2013 International Conference on Power, Energy and Control (ICPEC)*, pp. 625–629, IEEE, 2013.
- [6] S. Muller, M. Deicke, and R. W. De Doncker, “Doubly fed induction generator systems for wind turbines,” *IEEE Industry applications magazine*, vol. 8, no. 3, pp. 26–33, 2002.
- [7] H. Li and Z. Chen, “Overview of different wind generator systems and their comparisons,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 2, no. 2, pp. 123–138, 2008.

- [8] M. Singh, E. Muljadi, J. Jonkman, V. Gevorgian, I. Girsang, and J. Dhupia, "Simulation for wind turbine generators—with fast and matlab-simulink modules," tech. rep., National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States), 2014.
- [9] L. Zhang, X. Cai, and J. Guo, "Simplified input-output linearizing and decoupling control of wind turbine driven doubly-fed induction generators," in *2009 IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference*, pp. 632–637, IEEE, 2009.
- [10] Z. Chen, J. M. Guerrero, and F. Blaabjerg, "A review of the state of the art of power electronics for wind turbines," *IEEE Transactions on power electronics*, vol. 24, no. 8, pp. 1859–1875, 2009.
- [11] B. Beltran, M. H. Benbouzid, and T. Ahmed-Ali, "A combined high gain observer and high-order sliding mode controller for a dfig-based wind turbine," in *2010 IEEE International Energy Conference*, pp. 322–327, IEEE, 2010.
- [12] X. Liu, Y. Han, and C. Wang, "Second-order sliding mode control for power optimisation of dfig-based variable speed wind turbine," *IET Renewable Power Generation*, vol. 11, no. 2, pp. 408–418, 2016.
- [13] L. Y. Pao and K. E. Johnson, "Control of wind turbines," *IEEE Control systems magazine*, vol. 31, no. 2, pp. 44–62, 2011.
- [14] M. A. Abdullah, A. Yatim, C. W. Tan, and R. Saidur, "A review of maximum power point tracking algorithms for wind energy systems," *Renewable and sustainable energy reviews*, vol. 16, no. 5, pp. 3220–3227, 2012.
- [15] J. Wang, N. Tse, and Z. Gao, "Synthesis on pi-based pitch controller of large wind turbines generator," *Energy conversion and management*, vol. 52, no. 2, pp. 1288–1294, 2011.
- [16] F. Poitiers, T. Bouaouiche, and M. Machmoum, "Advanced control of a doubly-fed induction generator for wind energy conversion," *Electric Power Systems Research*, vol. 79, no. 7, pp. 1085–1096, 2009.

- [17] I. Munteanu, N. A. Cutululis, A. I. Bratcu, and E. Ceangă, "Optimization of variable speed wind power systems based on a lqg approach," *Control engineering practice*, vol. 13, no. 7, pp. 903–912, 2005.
- [18] R. F. Nayeh, H. Moradi, and G. Vossoughi, "Multivariable robust control of a horizontal wind turbine under various operating modes and uncertainties: A comparison on sliding mode and  $h_\infty$  control," *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, vol. 115, p. 105474, 2020.
- [19] M. Ma, H. Chen, X. Liu, and F. Allgöwer, "Moving horizon  $h_\infty$  control of variable speed wind turbines with actuator saturation," *IET Renewable Power Generation*, vol. 8, no. 5, pp. 498–508, 2014.
- [20] B. Boukhezzar and H. Siguerdidjane, "Nonlinear control with wind estimation of a dfig variable speed wind turbine for power capture optimization," *Energy Conversion and Management*, vol. 50, no. 4, pp. 885–892, 2009.
- [21] X. Kong, X. Liu, and K. Y. Lee, "Data-driven modelling of a doubly fed induction generator wind turbine system based on neural networks," *IET Renewable Power Generation*, vol. 8, no. 8, pp. 849–857, 2014.
- [22] A. Yahdou, Z. Boudjema, R. Taleb, and A. B. Djilali, "Backstepping sliding mode control of a dual rotor wind turbine system," in *2018 International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM)*, pp. 1–5, IEEE, 2018.
- [23] A. Levant, "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control," *International journal of Control*, vol. 76, no. 9-10, pp. 924–941, 2003.
- [24] B. Beltran, M. E. H. Benbouzid, and T. Ahmed-Ali, "Second-order sliding mode control of a doubly fed induction generator driven wind turbine," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 27, no. 2, pp. 261–269, 2012.

- [25] F. Valenciaga, "Second order sliding power control for a variable speed-constant frequency energy conversion system," *Energy Conversion and Management*, vol. 51, no. 12, pp. 3000–3008, 2010.
- [26] F. Valenciaga and C. Evangelista, "2-sliding active and reactive power control of a wind energy conversion system," *IET Control Theory & Applications*, vol. 4, no. 11, pp. 2479–2490, 2010.
- [27] P. Dash and R. Patnaik, "Adaptive second order sliding mode control of doubly fed induction generator in wind energy conversion system," *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, vol. 6, no. 5, p. 053143, 2014.
- [28] C. Evangelista, F. Valenciaga, and P. Puleston, "Active and reactive power control for wind turbine based on a mimo 2-sliding mode algorithm with variable gains," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 28, no. 3, pp. 682–689, 2013.
- [29] A. Susperregui, M. I. Martinez, G. Tapia, and I. Vechiu, "Second-order sliding-mode controller design and tuning for grid synchronisation and power control of a wind turbine-driven doubly fed induction generator," *IET Renewable Power Generation*, vol. 7, no. 5, pp. 540–551, 2013.
- [30] J. M. Jonkman, M. L. Buhl Jr, *et al.*, "Fast user's guide," *Golden, CO: National Renewable Energy Laboratory*, vol. 365, p. 366, 2005.
- [31] B. J. Jonkman and M. L. Buhl Jr, "Turbsim user's guide," tech. rep., National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States), 2006.
- [32] D. Malcolm and A. Hansen, "Windpact turbine rotor design study: June 2000–june 2002 (revised)," tech. rep., National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States), 2006.
- [33] J. Jonkman, G. Hayman, B. Jonkman, R. Damiani, and R. Murray, "Aerodyn v15 user's guide and theory manual," *NREL: Golden, CO, USA*, 2015.

- [34] S. Mueen, M. H. Ali, R. Takahashi, T. Murata, J. Tamura, Y. Tomaki, A. Sakahara, and E. Sasano, "Comparative study on transient stability analysis of wind turbine generator system using different drive train models," *IET Renewable Power Generation*, vol. 1, no. 2, pp. 131–141, 2007.
- [35] X. Jing, "Modeling and control of a doubly-fed induction generator for wind turbine-generator systems," 2012.
- [36] I. P. Girsang, J. S. Dhupia, E. Muljadi, M. Singh, and L. Y. Pao, "Gearbox and drivetrain models to study dynamic effects of modern wind turbines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no. 6, pp. 3777–3786, 2014.
- [37] X. Han, P. Wang, P. Wang, and W. Qin, "Transient stability studies of doubly-fed induction generator using different drive train models," in *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–6, IEEE, 2011.
- [38] T. Petru and T. Thiringer, "Modeling of wind turbines for power system studies," *IEEE transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 4, pp. 1132–1139, 2002.
- [39] C. Wang and G. Weiss, "Integral input-to-state stability of the drive-train of a wind turbine," in *2007 46th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 6100–6105, IEEE, 2007.
- [40] G. Quinonez-Varela and A. Cruden, "Modelling and validation of a squirrel cage induction generator wind turbine during connection to the local grid," *IET generation, transmission & distribution*, vol. 2, no. 2, pp. 301–309, 2008.
- [41] K. Yenduri and P. Sensarma, "Maximum power point tracking of variable speed wind turbines with flexible shaft," *IEEE Transactions on sustainable energy*, vol. 7, no. 3, pp. 956–965, 2016.
- [42] M. El Azzaoui, H. Mahmoudi, B. Bossoufi, and M. El Ghamrasni, "Comparative study of the sliding mode and backstepping control in power control of a doubly fed induction generator," in *2016 International Symposium on Fundamentals of Electrical Engineering (ISFEE)*, pp. 1–5, IEEE, 2016.

- [43] G. Abad, J. Lopez, M. Rodriguez, L. Marroyo, and G. Iwanski, *Doubly fed induction machine: modeling and control for wind energy generation*, vol. 85. John Wiley & Sons, 2011.
- [44] M. El Azzaoui and H. Mahmoudi, “Modeling and control of a doubly fed induction generator base wind turbine system optimization of the power,” *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, vol. 80, no. 2, p. 304, 2015.
- [45] A. Levant, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control,” *International journal of control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [46] A. Levant, “Robust exact differentiation via sliding mode technique,” *automatica*, vol. 34, no. 3, pp. 379–384, 1998.
- [47] A. Pisano and E. Usai, “Globally convergent real-time differentiation via second order sliding modes,” *International Journal of Systems Science*, vol. 38, no. 10, pp. 833–844, 2007.
- [48] J. Davila, L. Fridman, and A. Levant, “Second-order sliding-mode observer for mechanical systems,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 50, no. 11, pp. 1785–1789, 2005.
- [49] J. A. Moreno and M. Osorio, “Strict lyapunov functions for the super-twisting algorithm,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 57, no. 4, pp. 1035–1040, 2012.
- [50] C. Wang and X. Liu, “Sliding mode control for maximum wind energy capture of dfig-based wind turbine,” in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC)*, pp. 4485–4489, IEEE, 2015.
- [51] A. Levant, “Introduction to high-order sliding modes,” *School of Mathematical Sciences, Israel*, vol. 58, no. 6, p. 1, 2003.
- [52] S. Kobayashi and K. Furuta, “Frequency characteristics of levant’s differentiator and adaptive sliding mode differentiator,” *International Journal of Systems Science*, vol. 38, no. 10, pp. 825–832, 2007.



- [53] S. Mobayen, F. Tchier, and L. Ragoub, “Design of an adaptive tracker for n-link rigid robotic manipulators based on super-twisting global nonlinear sliding mode control,” *International Journal of Systems Science*, vol. 48, no. 9, pp. 1990–2002, 2017.
- [54] L. Sun, Z. Mi, Y. Yu, T. Wu, and H. Tian, “Active power and reactive power regulation capacity study of dfig wind turbine,” in *2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply*, pp. 1–6, IEEE, 2009.
- [55] A. Chalanga, S. Kamal, L. M. Fridman, B. Bandyopadhyay, and J. A. Moreno, “Implementation of super-twisting control: Super-twisting and higher order sliding-mode observer-based approaches,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 6, pp. 3677–3685, 2016.
- [56] E. L. Lehmann and G. Casella, *Theory of point estimation*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [57] Y. Shtessel, M. Taleb, and F. Plestan, “A novel adaptive-gain supertwisting sliding mode controller: Methodology and application,” *Automatica*, vol. 48, no. 5, pp. 759–769, 2012.
- [58] S. Gutierrez, C. Zhang, F. Plestan, and J. DeLeón-Morales, “A simplified version of adaptive super twisting for control of floating wind turbine,”

# Apéndice A

## Delimitación de $L(t)$

Suponga que la ganancia  $L(t)$  incrementa y consecuentemente la función de Lyapunov  $V_{(\xi)}$  se vuelve más grande que  $\mu_*$  i.e.  $\xi \notin \Omega^*$  (tomando en cuenta el peor caso). Entonces  $\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Psi V_{(\xi)}^{1/2} - M|L(t) - L^*| < 0$ , por lo tanto, se sabe que existe un tiempo finito tal que las dinámicas de  $\xi$  se invierte, es decir  $\dot{L} = 0$  y en el límite de la estabilidad  $\dot{V}_{(\xi,L)} = 0$ . En consecuencia, la máxima ganancia acotada  $L^+$  que determina el dominio más grande  $\Omega^+$  en presencia de perturbaciones externas acotadas es calculada. Dadas las dinámicas de  $L$  en (3.55) cuando  $\dot{L} = 0$  se tiene que

$$\frac{k}{\sqrt{2}} |L - L^*| - \frac{L}{2} |\xi_1| = 0 \quad (\text{A.1})$$

lo que implica

$$|\xi_1| = \frac{\sqrt{2}k}{L} |L - L^*| \quad (\text{A.2})$$

Por otro lado, el estado es afectado por una perturbación externa acotada; entonces existe  $C > 0$  tal que

$$|\xi_1| \leq C \quad (\text{A.3})$$

De (A.2) y (A.3) se tiene que el máximo valor de  $L(t)$  es decir  $L^+$  está dado por

$$L(t) \leq \frac{\sqrt{2}kL^*}{\sqrt{2}k - C} = L^+ \quad (\text{A.4})$$

Entonces, de la adaptación de la ganancia  $L$  está acotada tal que

$$0 < L^* < L(t) \leq L^+$$

Para determinar el dominio más grande  $\Omega^+$  se puede considerar que en  $\Omega^+$ ,  $\dot{V}_{(\xi,L)} \leq 0$ . Cuando  $L(t)$  incrementa hasta alcanzar  $L^+$ ,  $\dot{L}$  se vuelve igual a cero; entonces, la adaptación de la ganancia se invierte y comienza a decrecer. Entonces, en  $L = L^+$ , de (3.53) con  $\dot{L} = 0$  se tiene que

$$\dot{V}_{(\xi,L)} \leq -\Psi V_{(\xi)}^{1/2} + \frac{L^+}{2} |\xi_1| \leq 0 \quad (\text{A.5})$$

Por lo tanto de (A.3) se tiene que

$$V_{(\xi)} \leq \left( \frac{L^+ C}{2\Psi} \right)^2 = \mu^+ \quad (\text{A.6})$$

Entonces el dominio más grande  $\Omega^+$  está dado por

$$\Omega^+ = \{\xi \mid V_{(\xi)} \leq \mu^+\}$$

El cual es un conjunto compacto. Considerando la Definición 1, la ley de adaptación implica la convergencia del sistema a un algoritmo Super Twisting; la trayectoria del sistema alcanza el dominio  $\Omega^*$  y permanece en este, mientras se va de  $\Omega^*$  a  $\Omega^+$  en tiempo finito. Entonces, los estados  $\xi$  regresan al dominio  $\Omega^*$  tan rápido como la adaptación de la ganancia compensa los efectos de la perturbación. Además el tamaño del Algoritmo Super Twisting puede ser determinado tan pronto como el estado alcance el dominio  $\Omega^*$  y de (3.39)

$$\xi_1 = |z_1|^{1/2} \text{sign}(z_1) = |s|^{1/2} \text{sign}(s) \leq \mu_1 \quad (\text{A.7})$$

De (A.7) tomando el valor absoluto de  $s$  se tiene que

$$|s| = |\xi_1|^2 < C^2$$

Ahora la derivada respecto al tiempo de  $s$  en términos de  $\xi_1$  y  $\xi_2$  está dada por

$$\dot{s} = -2L(t)\xi_1 - L(t)\xi_2 + \rho$$

En donde  $L(t)\xi_2 = z_2 = -\int_0^{t_1} \frac{L^2(\tau)}{2} \text{sign}(s) d\tau$ . Tomando el valor absoluto de  $\dot{s}$  se tiene que

$$|\dot{s}| \leq |2L(t)\xi_1| + |L(t)\xi_2| + \delta_1 \quad (\text{A.8})$$

donde  $|2L(t)\xi_1| < 2L^+C$  y  $|L(t)\xi_2| \leq \frac{(L^+)^2}{2}t_1$ . Para estimar  $t_1$  se considera lo siguiente

$$\dot{L}(t) = \frac{-\frac{k}{\sqrt{2}}|L(t) - L^*| + \frac{L(t)}{2}|\xi_1|}{(L(t) - L^*) - \left(\frac{2}{L(t)}\right)(\xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi)} = \frac{-\frac{k}{\sqrt{2}} + \frac{L(t)}{|L(t) - L^*|}|\xi_1|}{1 - \frac{(\xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi)}{|L(t) - L^*|}} \quad (\text{A.9})$$

Considerando el término  $\frac{(\xi^T \mathbf{S}_\infty \mathbf{B} \mathbf{B}^T \xi)}{|L(t) - L^*|}$  pequeño se tiene que (considerando que  $L < L^+$  y  $|\xi_1| < C$ )

$$L \approx -\frac{k}{\sqrt{2}} + \frac{L}{\Delta L}|\xi_1| \approx -\frac{k}{\sqrt{2}} + \frac{L^+}{\Delta L}C =: \gamma$$

Entonces  $L(t) = L(0) + \gamma t_1 < L^+$  lo que implica que

$$T = \frac{L^+ - L(0)}{\gamma} \geq t_1$$

Tan pronto como los estados del sistema alcancen el dominio  $\Omega^*$  en un tiempo  $T > t_1$  el tamaño del Algoritmo Super Twisting se puede estimar de acuerdo con

$$|s| < C^2, \quad |\dot{s}| < 2L^+C + \frac{(L^+)^2}{2}T \quad (\text{A.10})$$

lo cual determina la precisión del algoritmo.